

Hvad er matematik?
- set med de lærerstuderendes øjne.

Hvad er matematik?	273
Opfattelsen af faget matematik er et problem.	273
Hvad er undersøgt?	273
Metode og design	276
Hvilke data er indsamlet?	276
I hvilken form er disse data indsamlet?	276
Hvad er begrundelsen for den valgte metode?	277
Beskrivelse af teori der ligger til grund for metodevalget.	278
Beskrivelse af bearbejdningen af datamaterialet.	278
Definition af centrale begreber.	279
Resultater	279
Beskrivelse af analysen og fortolkninger der har ført frem til undersøgelsens resultat.	279
Opfattelser af matematik:	279
Resultater af undervisningen på seminarier:	283
Konklusioner	284
Perspektivering	286
Hvad kan konklusionerne bruges til?	286
Hvad kan dette have betydning for?	286
Problemstillinger i forlængelse af undersøgelsen.	287
Bilag:	288
Litteratur:	288
Andre resultater	
- et klip fra midtvejs rapporten.	289
Lærerens kundskaber	290
Oversigt over findings	294

Hvad er matematik?

Opfattelsen af faget matematik er et problem.

Hvis man ser på faget matematiks læseplan for folkeskolen og sammenligner den med de tidligere - specielt den som de lærerstuderende for de flestes vedkommende har været skoleelever under - vil man tydeligt kunne se, at faget har ændret sig væsentligt¹. Det betyder, at såfremt de lærerstuderende har deres opfattelse af faget i folkeskolen fra deres egen tid i folkeskolen, så må seminariet skulle formidle den ændrede opfattelse til dem. I sig selv er det en stor opgave.

Kombinerer man det med den spredning, der er blandt adjunkter og lektorer i opfattelser af omdrejningspunktet i seminariets matematikundervisning [Hansen et al. 96], så var det for den enkelte studerende i høj grad usikkert om seminariet var i stand til at honorere det krav under den gamle læreruddannelseslov. Og spørgsmålet er, om det er blevet ændret med den nye læreruddannelseslov.

I hvert fald er der en gruppe af studerende, hvor det ikke er blevet lettere; nemlig de cirka 60%, som slet ikke møder faget på seminariet. Man kan spørge, om det har nogen betydning for undervisningen i faget i folkeskolen, at disse 60% går direkte gennem seminariet uden nogen kontakt med faget. Fx kan det tænkes at disse studerende heller aldrig kommer i kontakt med faget i folkeskolen, eller at deres indflydelse udelukkende vil være gunstig for faget, men her imod taler følgende fakta:

- KUP-rapporten i matematik[Uvm 90] viser, at i et givet undervisningsår har lidt over 40% af lærerne timer i faget. Kombineret med, at det ikke er de samme lærere, der år for år har matematik, så vil der være nogle af de studerende der ikke har stiftet bekendtskab med matematik på seminariet, som før eller siden kommer til at undervise i matematik.
- Organiseringen af arbejdet i folkeskolen går i disse år fra sololærerprincipper til teamwork. Meget markant ved vi fra en af Jørgen Ole Knudsens undersøgelser om brug af lommeregner i folkeskolen, at den største modstand og uforståenhed over for at bruge lommeregner i de små klasser findes hos andre lærere end matematiklæreren. Så ligegyldigt hvor langt den enkelte skole er i processen på vej mod teams, så vil det være et problem for klassen, at der hos andre end faglæreren findes holdninger til faget, som strider mod læseplanen for faget.
- Oven i købet har der nu i nogle år været flere obligatoriske tværfaglige elementer og internationale aspekter i skolens undervisning, og det burde være sådan, at det mest internationale fag af alle i skolen og et fag af stor betydning² var rimeligt repræsenteret i disse sammenhænge. Det er desværre sjældent tilfældet, og når det endelig er, så er det næsten aldrig i læseplanens ånd³, men mere i en klassisk faglig forstand.

For at finde ud af, om de studerendes aktuelle opfattelse af faget matematik kan være et problem, så forsøger jeg jævnfør problemstillingen i det fælles projekt at afklare den.

Hvad er undersøgt?

Der er både nationalt og internationalt iværksat arbejder med at afklare forskellige grupper og individers opfattelser af matematik og perspektiverne i det. Overvejende vælger man blandt fire indfaldsvinkler, når man

¹ Man kan fx med fordel læse Tage Werners artikel „Matematik - fra taltræning til problemløsning”, hvis man vil vide mere om, hvordan folkeskoleundervisningen i faget har ændret sig. Den har været bragt forskellige steder, fx i bogen „Matematik - der vil noget”.

² Faget er fx det næststørste i folkeskolen, og et fag, der findes på alle niveauer i uddannelsessystemet.

³ Se fx i indledningen til undervisningsvejledningen for matematik i folkeskolen [Uvm 95]

vil undersøge dette. En vinkel er videnskabsteoretiske, filosofiske, historiske undersøgelser af matematik og matematikkens didaktik som studieobjekt. En anden er en matematisk teoretisk indfaldsvinkel, hvor man undersøger, hvordan videnskabsfaget er opbygget. En tredje indfaldsvinkel er at undersøge, hvordan man måler, om fagets mål er nået, altså hvilke evalueringsformer der måler hvad. Endelig er der nogle, der undersøger, hvilken opfattelse nogen har af matematik, men de undersøgelser er næsten altid foretaget i forbindelse med studier af, hvilket niveau de pågældende har i matematik.

Men der er andre, fx hvordan folk anvender matematik i forskellige kontekster, hvordan IT vil påvirke faget (der jo i den almene opfattelse er præget af en række færdigheder som IT måske vil gøre overflødige), eller hvordan man kommunikerer matematik.

Fælles for alle bestræbelserne er ønsket om, at folk i højere grad skal interessere sig for naturvidenskabelige aspekter af verden. Det kan man fx se af myndigheders interesse for at folk i højere grad vælger en naturvidenskabelig uddannelse, og for at vi i vores dagligdag opfører os mere i pagt med naturen. Og undersøgelsesernes mål er stort set altid det samme, nemlig at finde ud af folks naturvidenskabelige dannelsesniveau, og hvordan⁴ man kan øge det.

Ud fra undersøgelserne ved man, at feltet læring af matematik er utrolig kompliceret. Fx ved man, at de enkeltes individers læring af matematik ofte er meget forskelligartet, og at den foregår i spring, hvor imod fejltagelser og misforståelser ofte optræder systematisk og vedvarende. Læringen er stærkt påvirket af en række væsentlige faktorer, her iblandt erkendelsesteoretiske forhold omkring matematik og de studerendes syn på de forhold og på sig selv i forhold til faget. Også sprog er et vigtigt begreb i denne sammenhæng, fordi der for mange (måske alle) er forskel på en daglig sprogtilstand⁵ og de tilstande, der praktiseres i matematik og matematikundervisning. Man ved også, at hvis der er noget i matematik og om matematikundervisning, som vi ønsker de studerende skal kunne, forstå eller være i stand til, så skal dette omhyggeligt gøres til genstand for vel tilrettelagt bearbejdning. Og uanset hvor omhyggelige vi er, kan vi ikke garantere, at det som bearbejdes vil blive lært [Niss, 98].

Vi ved ligeledes rigtig meget om, hvad elever og studerende kan i matematik på forskellige niveauer og mange steder i verden, fordi man i store dele af verden tester elever i faget, men selv om vi ved, hvordan vores studerende klarer sig i faget, så ved vi ikke meget om, hvad de tænker om og føler for matematik⁶. Det tætteste jeg har fundet på arbejde i den retning, er en undersøgelse af en matematisk 1. gymnasieklasse, som Lena

⁴ Her under hvilke ting der skal undervises i.

⁵ Jeg bruger begrebet sprogtilstand for at undgå diskussionen om, hvorvidt matematik er et sprog eller ej. Min egen holdning er, at matematik er flere selvstændige sprog.

⁶ Jeg har i hvert fald aldrig set nogen større undersøgelse af det, hvilket jo ikke er det samme som, at sådan en ikke er foretaget og tilmed publiceret. For en sikkerheds skyld har jeg tjekket en del tidsskrifter og en del litteraturlister i ph.d opgaver og andre videnskabelige produkter, men uden at finde oplagte titler om emnet. I engelsksprogede lande har man forsøgt sig (også jævnfør nedenstående eksempel) med undersøgelser, der ligner den, jeg har lavet, men man har ikke kunne få folk, som ikke var gode til matematik, til at svare!

Et af de problemfelter, som er undersøgt, er følgende oversigt over en australsk undersøgelse et udtryk for:
The survey consists of two parts. The first part was concerned with A level results from 24 schools. The second is a longitudinal survey with data from the third, fifth and sixth forms of 5 comprehensive secondary schools. The variables studied in the second part were concerned with pupils' choice of job, selection of subject options and attitudes to school subjects. Particular attention was paid to mathematics and about 30 items were included on this subject both in the third and fifth years. Other variables included scores on Test AH4, teachers' assessment for mathematics, and O-level grades for several subjects.

Undersøgelsen er foretaget i Australien omkring slutningen af 1970'erne. Så vidt jeg kan bedømme, har man blandt andet spurgt til forskellige skoleemner for at se, om elevernes holdninger til dem har en indflydelse på, hvilket matematisk niveau de vælger. Man kan sige, at jeg går noget anderledes til værks og med et ganske andet fokus. Og som noget nyt så er det lykkedes mig at få ikke-matematikere til at svare. Endelig forbinder jeg ikke denne undersøgelse med en undersøgelse af de studerendes niveau eller attitude i forhold til matematik.

Lindenskov foretog i løbet af sit ph.d studie. Hendes fokus var et andet, og i selve ph.d opgaven er de træk, hun fandt, ikke nær så klargjorte som i hendes indlæg i Hul i kulturen. I det indlæg sammenfatter hun de holdninger hun har mødt i tre:

- Matematik er at regne stykker, som andre har formuleret.
- Matematik er en samling af regler, sat af andre.
- Matematik er instrument for menneskelige intentioner.

Hun er kommet frem til, at det er „opfattelser af matematik, som man må tro, alle er vidt udbredte”. Det vil sige, hun siger ikke, det er de eneste eller de mest udbredte, men jeg formoder, at hun fremhæver dem, fordi det har været de mest almindelige, hun har fundet blandt de 28 matematiske gymnasieelever.

Sammen med Lena Lindenskov har Helle Alrø undersøgt en 5. klasse og blandt andet set på, hvordan eleverne i den klasse opfatter matematik. I den undersøgelse er fokus i virkeligheden, hvordan eleverne opfatter matematikundervisning, og forfatterne når i undersøgelsen frem til to kategorier af opfattelser: et økonomisyn og et skolesyn. Ved økonomisyn forstår forfatterne, at matematik drejer sig om at kunne arbejde i de sædvanlige regningsarter, og at man kan/vil anvende matematikken praktisk i en fremtidig dagligdag som voksen, mens skolesyn er et udtryk for, at matematik er det, eleverne bliver præsenteret for i skolen gennem bøger og af læreren i timerne. For elever med et økonomisyn mener forfatterne, at det er centralt, at man når frem til de rigtige facitter. I en anden tekst [Alrø 1994] skrevet delvist på baggrund af samme undersøgelse og delvist på basis af et studium af en 3. klasse og en 7. klasse går Helle Alrø endog videre til at sige, at en udbredt opfattelse blandt elever af undervisning i matematik er, at det drejer sig om at finde fejl og at rette dem.

Endelig er der i den danske del af TIMSS⁷ blevet foretaget nogle forespørgsler om elevernes og lærernes holdninger til matematik, men indtil videre er dette kun publiceret som resumé⁸. Der er ikke fremlagt hverken dokumentation eller resultater, kun den konklusion at danske elever har en positiv holdning til matematik fra den undersøgelse.

At ikke andre har undersøgt det, kan være, fordi det er lige meget at vide noget om folks opfattelser af faget matematik. Eller at det er tilstrækkeligt med en tro om opfattelserne. Men denne uvidenhed betyder, at vi som grundlag for vores undervisning, vores kommunikation af matematik mangler fundamental væsentlig viden om målgruppen. Og det ved man er en dødssynd i al professionel kommunikation.

På den baggrund er det, at jeg har valgt at undersøge, hvilken opfattelse en del lærerstuderende har af faget matematik. Analysen er (indtil videre) koncentreret om de lærerstuderende, som ikke får faget i læreruddannelsen⁹. Sådan set har jeg indsamlet data til mere end det, men på den anden side har jeg langt fra analyseret alle data. Ikke en gang alle de lærerstuderende jeg har adspurgt, er blevet analyseret tilstrækkeligt. Og for at kunne lave en egentlig målgruppeanalyse er der desuden behov for at indsamle langt flere data, så undersøgelsen handler kun om de studerendes opfattelse af faget.

At det er ekstra vigtigt at få undersøgt de lærerstuderende opfattelser, fremgår af, at den studerendes præsterede læseplan [Weng 96] direkte indgår som en parameter i den læseplansmæssige baggrund for undervisningen i folkeskolen. Det betyder, at de studerende, når de er færdiguddannede som lærere, får en meget afgørende indflydelse på folkeskoleelevernes opfattelse af fagene. Personligt er jeg dog af den overbevisning, at den tilpassede model, jeg her refererer til, mangler tilknytning til elevens verden i øvrigt, specielt vil forældrene i høj grad være med til at påvirke elevens opfattelse af matematik.

Målet med undersøgelsen er altså at få undersøgt hvilke udbredte opfattelser af faget matematik, der findes blandt de lærerstuderende. Derved kan vi få et billede af, hvilke opfattelser folkeskolen risikerer at nedarve, og

⁷ TIMSS står for The Third International Mathematics and Science Study [Weng 96]

⁸ Se nærmere i Weng 96 side 145-147

⁹ En væsentlig årsag til denne afgrænsning er, at den person, som indsamlede data fra de to matematiske klasser, ikke fik gjort respondenterne identificerbare. Og 6 af disse respondenter er endt med at vælge både matematik og dansk.

hvilke opfattelser blandt de ønskværdige de lærerstuderende mangler. Vi kan også få et bredere udgangspunkt end folks matematiske niveau og faglige kundskaber, når undervisningen i matematiske emner skal planlægges.

Metode og design

Hvilke data er indsamlet?

Følgende data er indsamlet:

Lærerstuderendes svar på spørgsmålet: Hvad er matematik? I alt 170 besvarelser ud af op til 225 mulige¹⁰ på første årgang. De ældre studerende, der er blevet spurgt, fordeler sig på 2 klasser - en på anden årgang og en på tredje. På anden årgang er der indsamlet 19 svar ud af 28 mulige, og på tredje årgang 11 ud af 28 mulige (konkret har 17 læst deres e-post med spørgsmålet).

Endelig er grupper af professionelle undervisere (folkeskolelærere i matematik og et par lektorer i matematik) adspurgt (i alt cirka 40 - 50 personer) og folkeskoleklasser (omkring 10 i alt).

I hvilken form er disse data indsamlet?

Primært er data indsamlet ved, at forsøgspersonerne er blevet bedt om at lynskrive over spørgsmålet „Hvad er matematik?“. Det gælder dog ikke alle data¹¹. Eleverne i folkeskoleklasserne er blevet spurgt om, hvad de godt vil lave i deres matematiktimer, og folkeskolelærerne er (på nær en enkelt gruppe) blevet spurgt om, hvad de synes deres elever skal lære i faget. Den specielle gruppe af lærere er blevet adspurgt præcist som de studerende på 1. årgang.

Nogle af de ældre studerende har jeg interviewet om deres svar, efter at de havde afgivet det. Det skyldes to forskellige forhold.

Nogle af samtalerne drejede sig om det let ændrede metodedesign. Den ældste klasse af studerende er blevet spurgt via e-post, hvilket har givet dem mulighed for at undlade at svare, eller at vente med at svare eller at bruge en anden tid end den foreskrevne. Og blandt de, som ventede med at svare, og altså tog sig tid til at gruble over spørgsmålet, inden de begyndte at skrive, forekom der tydeligt afvigende svar. På overfladen lignede de andre svar, men når man så grundigere på dem, var det ikke nær så indholdsrigt, det de havde svaret. Svaret gav ikke nær så tydeligt udtryk for, hvad den studerende mente.¹²

Her er så endeligt min besvarelse af hvad matematik er.
Hvis man slår det op i ordbogen er det "læren om tal, og deres indbyrdes sammenhæng".
Matematik bruges til at beregne vhornår verden opstod, hvis man er tilhænger af naturvidenskaben. Så mon ikke også at matematikken opstod der ? I hvert tilfælde er den at finde overalt lige fra den ondeste teori om superstrengte til den mindste hovedregning hos bageren søndag morgen.

Denne studerende har fx slået ordet matematik op i en ordbog. Det betyder, at det ikke længere er muligt, at afgøre om den studerende selv mener det eller blot citerer ordbogen. Men det er muligt at se, at den studerende mener, at matematik er noget, der bruges til at beregne med, at matematik findes overalt og at det kan anvendes til fx indkøb.

¹⁰ Op til 225 mulige fordi jeg ikke er præcist klar over eksakt hvor mange af vores 1. årgangsstuderende, som havde forladt studiet inden selve undersøgelsen fandt sted. Og da det er en uvæsentlig detalje, vil jeg ikke bruge tid på at finde ud af det. Tilsvarende gælder for de to andre årgange, at det er absolutte maximumværdier, der er nævnt som mulige.

¹¹ Årsagen er, at ikke alle data er indsamlet direkte i forbindelse med denne undersøgelse, men stammer fra tidligere efteruddannelseskurser for matematiklærere i folkeskolen herunder skolebesøg.

¹² Med mindre andet er nævnt, så er citaterne fra de studerende fuldstændige i denne rapport. Det vil sige, at hvert citat er, hvad den studerende har lynskrevet på 5 minutter, og jeg har gengivet det så nøjagtigt som muligt inklusive stavfejl, tegnsætning herunder anførelsestegn som de har skrevet dem mm.

De andre samtaler drejede sig om studerende, der havde svaret meget afvigende i forhold til mine forventninger. Fx havde den studerende, der afgav nedenstående svar, haft et meget succesfyldt år med matematik på seminariet, men godt 2 år senere synes jeg, det er svært at finde spor af det:

Matematik er tal, regnestykker, procentregningen, og alt det der der står man skal lære i bøgerne...Men matematik er også problemer, besværligheder og svedige hænder...En gang imellem en følelse af ikke at slå til...Den der med - "Jeg KAN IKKE". Alligevel er matematik også logik - for når det hele falder på plads er det som om at man altid har kunnet det! Og når man får den følelse, ja, så er der jo ikke noget mere simpelt end matematik...Men det er alligevel følelsen af at skulle give op der er det værste...

Og ved vores efterfølgende samtale blev det da også slået fast, at selv om den studerende havde oplevet mange nye ting og havde haft succes, så havde billedet af matematik ikke ændret sig væsentligt.

Data, der direkte er indsamlet til denne undersøgelse, er indsamlet fra slutningen af august 1998 til begyndelsen af april 1999. Den ene ældre årgang blev spurgt i august med umiddelbare svar; den anden blev spurgt via e-post i begyndelsen af november, og de har svaret løbende frem til for nylig. På første årgang blev matematikerne spurgt inden deres matematikundervisning startede, mens de resterende klasser blev spurgt i slutningen af oktober. Desværre havde de på det tidspunkt været i praktik og for nogles vedkommende mødt faget i den praktik. Den gruppe af lærere, som er blevet adspurgt til denne undersøgelse, blev spurgt i begyndelsen af december måned 1998.

Respondenterne er stort set udvalgt efter praktiske omstændigheder. Undersøgelsens design fastlagde, at første årgang skulle udspørges - og i denne undersøgelse blev alle de tilstedeværende studerende respondenter. Jeg kunne godt have gjort en indsats for at få alle til at svare, men det er min vurdering, at det ikke ville have ændret grundlaget for analysen.. Designet lagde også op til, at undersøgelsen skulle forsøge at belyse, om seminariets undervisning i den gamle studieordning havde haft en effekt, og det krævede, at nogle ældre studerende allerede var blevet adspurgt tidligere. Derved var de to ældre årgange fastlagt. Endelig skulle jeg tilfældigvis afvikle en undervisningsgang på et efteruddannelseskursus for matematiklærere i folkeskolen, hvor kurset skulle evalueres, og jeg valgte at benytte lejligheden til at få deres opfattelse af faget matematik med.

Hvad er begrundelsen for den valgte metode?

Begrundelsen for at indsamle data på denne måde er, at selve indsamlingen foregår hurtigt og med en meget høj svarfrekvens, idet alle tilstedeværende svarer. Og metoden sikrer at respondenter uden særlig interesse for emnet svarer i lige så høj grad som interesserede respondenter, blandt andet fordi indsamlingen foregår på et tidspunkt, hvor respondenterne er til stede af helt andre grunde end undersøgelsesobjektet. Oven i købet er metoden ideelt set uafhængig af udspørgeren, og der er ingen bias i forhold til formulerede spørgsmål set i forhold til enten i et spørgeskema eller et interview. På den anden side er der naturligvis også ulemper ved metoden. Den ideelle tilstand er svært at opnå. Fx har det vist sig at være svært at kommunikere den præcise anvendelse af metoden til andre¹³. Det er også svært at se bort fra, at de studerende allerede har mødt udspørgeren¹⁴, og at den studerendes billede af udspørgeren får indflydelse på det svar, den studerende afgiver. Og der er ingen mulighed for at fokusere på dele af respondenternes svar, som der ville være i et interview. Det

¹³ Det er egentlig ikke specielt for denne teknik. Det samme forhold kendes fra de fleste spørgeteknikker - selv spørgeskemaer, hvor opinionsinstitutterne foretrækker at lade egne folk udfylde skemaerne fremfor selv at lade folk gøre det.

¹⁴ En af de studerende skriver således blandt andet:

... og jeg kan huske da du / fortalte om matematik til introduktionen på fredsbjerg sem. Blev alle mine fordomme opfyldt endnu engang.

er heller ikke muligt at vide, hvilken retning de adspurgtes svar tager. Det betyder, at der er en risiko for, at de svar, man har fået, er meget forskellige; måske for forskellige til reelt at kunne indgå i en og samme undersøgelse.

Hvad er matematik, det er svært at svare på, for nogen er det noget med tal, for andre en planet i Universet, det sidste er tilfældet for mig. Ude i det store Univer der hvor stjernerne ikke længere kan ses af os jordboere ligger planeten Matematik. Grunden til at det var dette navn skyldes en Rumfarende der i sin tid drog ud for at søge nye udfordringer, han hed Max Matiks. Han fløj og fløj og på turen skete der en masse, ikke farligt men dog yderst underligt. Efterhånden som han kom længere væk blev tallene på hans computer større, det mindste forsvandt helt ud af systemet og til allersidst da han nåede planeten var alle tal forsvundet og han tænkte et sted¹⁵

- et eksempel på et af de mest afvigende svar. I denne undersøgelse forekom der to tre stykker af denne slags, og selv om svarene er specielle, synes jeg ikke der er nogen problemer med at bruge dem.

Beskrivelse af teori der ligger til grund for metodevalget.

Som netop nævnt, så stiller metoden krav til en omhyggelig udformning af spørgsmål, og til at man metodisk kan indfange nuancerede varianter af svar. Til gengæld får man et udbytte med hensyn til individers og/eller grupperes belæg inden for undersøgelsesfeltet, hvilket betyder, at man i højere grad er i stand til at vurdere målgruppens argumentation, holdning og opfattelse.

Den fysiologiske og neurologiske baggrund for at benytte en metode som lynskrivning til at skaffe data med er forskellen på de to hjernehalvdele. Når metoden benyttes aktiveres i højere grad den højre hjernehalvdel, og respondenter vil derfor svare mindre vurderende og mindre kritisk end ellers. Svaret på spørgsmålet vil også kunne forekomme ad flere spor. Samtidig vil svaret blive mere intuitivt og følelsesmæssigt, og respondenter vil i højere grad etablere billeder i sit svar. I en vis udstrækning svarer metoden til at lave en brainstorm over emnet dog med tilføjelsen af det moment, at der hele tiden er etableret et pres om at finde på nye stikord. Faktisk havde jeg i højere grad forventet, at svarene ville være udformet som lister med stikord frem for sammenhængende tekster, men der er klart flest, som skriver en sammenhængende tekst.

Beskrivelse af bearbejdningen af datamaterialet.

De besvarelser, som årgang 98 har lavet på spørgsmålet om „Hvad er matematik”, er blevet sorteret efter de studerendes liniefagsvalg, hvilket er det samme som at sortere svarene efter vores stamhold. Herefter er samtlige besvarelser gennemgået på den måde, at hver udtalelse om faget er blevet noteret som en „finding¹⁶”. I takt med at hver besvarelse er blevet gennemgået, har jeg forsøgt at opbygge et apparat, som gjorde at jeg forholdsvis enkelt kunne finde frem til eksempler på de udsagn, jeg vil bruge som dokumentation - i denne rapport forekommer en del af det system i form af løbenumrene. Gennemlæsningen er foretaget flere gange, for at sikre at én udtalelse ikke er blevet overset - det kommer man nemlig temmelig let til at gøre. Fx havde jeg ingen finding = vigtigt i lang tid. På et tidspunkt lavede jeg findingen, for at undersøge hvilke studerende som direkte eller indirekte gav udtryk for, at de fandt at matematik var vigtigt. Først på det tidspunkt viste det sig, at flere studerende direkte skrev, at matematik er vigtigt. Jeg har faktisk overvejet, om det ikke kunne have betalt sig at taste alle deres lynskrivninger ind, og jeg tror, at jeg vil gøre det en anden gang, for tidsforbruget til det vil formodentlig blive opvejet af edb-støttet læsning.

Efter denne bearbejdning blev de rene matematikere og hybridmatematikerne sorteret fra. Rent umiddelbart så det nemlig ikke ud til, at der var den store forskel på deres svar, og det ville i hvert fald kræve en mere indgående analyse, end der var ressourcer til for at afgøre det. Oven i købet undgik jeg de metodiske problemer i forbindelse med, at jeg ikke selv havde indsamlet data fra de cirka 56 rene matematikere. Så jeg valgte at

¹⁵ Løbenummer 87

¹⁶ Jeg har overvejet at finde et bedre dansk ord, fx - observation eller hændelse. Flyvbjerg bruger inden for genealogien termer som registrering af en singularitet, fremkomsten af fænomener, dechifring, men ingen af dem passer mig.

koncentrere mig om den gruppe, der ikke får matematik på seminariet. Og alligevel vil jeg nævne nogle spor af afvigende opfattelser, som jeg mener man kan se, for i takt med at analysen skred frem viste der sig at være nogle rimeligt store forskelle i de to gruppers opfattelser. Men når jeg kommer ind på forskellene, så er det vigtigt at bemærke, at synsvinklen er ud fra en analyse af de studerende, der ikke har valgt matematik.

Definition af centrale begreber.

For at læsere, som ikke er matematikere, bedre kan se perspektiverne i de studerendes udtalelser, vil det være værd at overveje, hvad matematik egentlig er. Og for at slå det fast med det samme så er der absolut ikke nogen enighed om det, og faget kan ikke betragtes som en statisk given størrelse men en meget dynamisk. Jeg vil derfor ikke kaste mig ud i en længere redegørelse, men nøjes med at resumere nogle positioner uden dog at gøre teksten til et udsagnskatalog.

Vi har allerede set, at en af de studerende har slået ordet matematik op i et leksikon, og det er langt fra det eneste sted, man kan kigge. Fx så har Gert Fosgerau [Fosgerau 1996] på glimrende vis gennemgået forskellige synspunkter på, hvad matematik er - alt efter om spørgsmålet går på matematikkens natur, eller hvad matematikken handler om.

Hvis spørgsmålet skal tages bogstaveligt, vurderer han, at i hvert fald to svar vil være rimelige. Dels at matematik er videnskaben om tal og rum, og dels at matematik er interessant og spændende.

Jeg selv opfatter i øjeblikket matematik som videnskaben, der behandler mønstre, en opfattelse man også kan finde hos andre fx Keith Devlin. Det vil sige, man i matematik søger at beskrive systemers struktur blandt andet med det formål at kunne foregribe hændelser. En anden måde at formulere næsten samme position på er at hævde, at matematik er om relationer.

Synsvinkler af denne karakter tager sit udgangspunkt i faget, men man kan vælge at gå en anden vej i forbindelse med denne undersøgelse. Da undersøgelsen handler om matematik i undervisningssituationer, kan det være rimeligt at se på, hvordan matematik er defineret ud fra læseplansovervejelser.

Som nævnt i indledningen så har Tage Werner [Werner 1994] gennemgået fagets udvikling i folkeskolen i nittenhundredetallet. Ud fra hans gennemgang kan man se, hvordan fagopfattelsen har ændret sig fra en skarp skelnen mellem regning (manipulation med tal og enheder) og matematik (algebra med bogstaver og klassisk geometri) til en opfattelse, hvor regning er en del af matematik, for jævnfør den vejledende læseplan for folkeskolen i dag så skal man i matematik arbejde med tal og algebra, geometri, se på matematikkens anvendelse og på kommunikation¹⁷ og problemløsning¹⁸. Regning er blevet opslugt af matematik.

Ud fra samme læseplan fremgår det, at det vil være vigtigt, at de studerende giver udtryk for, at de opfatter, at matematik har noget med tal at gøre. At de nævner nogle algebraiske ting. At der optræder geometriske emner eller objekter i deres svar. At de studerende nævner, at matematik har anvendelsesmuligheder, og at et begreb som matematisk model er noget de nævner i forbindelse med anvendelser af matematik. Endelig skulle de studerende give udtryk for noget om regler, argumenter, og måske beviser.

Resultater

Beskrivelse af analysen og fortolkninger der har ført frem til undersøgelsens resultat.

¹⁷ Med kommunikation tænkes der især på argumentation og ræsonnement.

¹⁸ Ordet er brugt meget dobbelttydigt. En matematiker eller en lærer i matematik vil umiddelbart opfatte ordet, som at der i faget skal arbejdes med den slags opgaver, der kendes fra forskellige bøger om hovedbrud, men læseplanens eksempler har en anden karakter. De handler om matematisk modelbygning.

Opfattelser af matematik:

I det næste afsnit har jeg valgt at nævne de udsagn, som er hyppigt forekommende blandt de studerende. Jeg har i store træk - men bemærk, at det kun er i store træk - valgt at bringe dem i rækkefølge efter hyppighed.

- ☆ Tal
- ☆ Matematik anvendes til...

De mest almindelige udsagn er, at matematik er noget med tal, og at matematik kan bruges til noget. Et eksempel fra en studerende¹⁹:

Matematik er læren om tal. Man kan pluse, minuse osv. Matematik var da jeg gik i folkeskole delt op i to hovedgrupper nemlig færdighedsregning og problemregning. Endvidere kan matematik bruges til mange helt almindelige ting i hverdagen, såsom indkøb, udregninger vedr. arbejdet osv. Hvad er det ellers? Man kunne også sige at matematik er udfordringer og løsning af gåder. Matematik var et af mine yndlingsfag i folkeskolen, men har ikke rigtig beskæftiget mig med det siden. Hvad pokker kan man ellers skrive. Det er udregninger. Det

Den studerende begynder som mange - over halvdelen - af de andre adspurgte med at nævne tal. Nogle af dem går endda så vidt som til at gentage ordet tal en hel række gange lige efter hinanden, og der er ingen tvivl om, at det er en meget udbredt opfattelse, at matematik er tal. Midt i afsnittet tager den studerende fat i, at matematik kan anvendes, og denne studerende nævner endda en række områder - det er langt fra alle, der gør det. Men typisk for de områder, der nævnes, er indkøb²⁰:

Hvad er matematik. Det ved jeg egentlig heller ikke, i hvert fald ikke i en brugbar og rationel definition. Det er tal, tal, tal og formler. Tallene er som bogstaverne er for en læsebog. De sættes sammen på en måde, så det giver mening. Mening for nogle og ikke meget mening for andre. For mig giver det ingen mening - jo lidt. Når man handler sidst på måneden og kun har 17,75 kr. med sig, så er det jo temligt effektivt at kunne lidt hovedregning, hvis man da ikke nyder den ubetinget opmærksomhed, som man får ved kassen, når hele kø-effektiviteten stopper. Jo - det er da matematik; matematik på brugerplan og som forståes af de fleste. Men jeg behøver vel ikke at forstå det hele matematiske fundament, medmindre jeg vil uddanne mig inden for det område, for at kunne klare mig...

Et eksempel på en opremsning af ordet tal og et meget livsnært indkøbseksempel. Til gengæld for de livsnære eksempler på anvendelser af matematik så er der ingen, som nævner, at de bruger matematik, når de bevæger sig til indkøbscenteret, eller at centeret bruger matematik til styring af betalingskøerne. Disse to studerende nævner både tal og anvendelse af matematik, men der er studerende, der nævner enten det ene eller det andet (og der er også studerende, som slet ikke nævner nogen af delene).

Der er ingen forskel på, om de studerende har valgt matematik eller ej med hensyn til opfattelsen af matematik, som et fag der arbejder med tal, og at det er et fag, der kan anvendes.

Der imod bliver forskellene større for de næste findings. Med undtagelse af regning så nævnes de fire øvrige stort set kun af dem, der ikke vælger at have matematik på seminarieret.

¹⁹ Overvejede at vælge faget, men gjorde det ikke. Løbenummer 7

²⁰ Løbenummer 10

- ☆ Regning
- ☆ 4 regningsarter

- ☆ Facit
- ☆ Fag i folkeskolen
- ☆ Formler

En del studerende opfatter matematik som regning. Eller at regning i hvert fald er en del af matematik, hvilket ikke er det samme. Men opfattelsen er en meget logisk følge af, at matematik er tal, for i regning arbejder man med tal. Det kan man gøre på mange måder, men de studerende nævner især en eller flere af de regningsarter, som man i dagligt sprog kalder for de fire sædvanlige regningsarter²¹. Som det allerede er fremgået, så nævner de studerende ikke altid alle fire regningsarter, snarere en eller et par stykker af dem (se fx på eksemplet løbenummer 7 igen). Og blandt dem nævnes addition hyppigst. Jeg har valgt at slå regningsarterne sammen til en finding. Som bemærket så nævnes regningsarterne ikke i nær så høj grad af matematikerne; måske fordi matematikerne vælger at nævne andre ting i stedet.

Samlet er der en udbredt opfattelse af matematik blandt de adspurgte studerende, som kan karakteriseres med Lena Lindenskovs og Helle Alrøs term økonomisyn. Godt $\frac{1}{3}$ af de studerende får givet udtryk for dette jævnfør denne tabel:

	Nævner ikke facit	Facit	Total
Økonomisyn ²²	24	7	31
Ikke økonomisyn	43	21	64
Total	67	28	95

Men det ser absolut ikke ud til, at der blandt de studerende med et økonomisyn er en holdning om, at man skal komme frem til et korrekt facit i matematik. Snarere tværtimod. Der er langt flere studerende med et mindre udtalt økonomisyn, som nævner, at facit - det at der er et facit, som ikke kan diskuteres - karakteriserer matematik:

Matematik er de kloges hekseværk. Et ønske om at kunne give formler og definitioner på alt i denne verden. Et ønske om at finde facitter, løsninger og forklaringer på alt; kort sagt ønsket om at vi alle har en fælles opfattelse af resultater. Det er i nogles øjne en slags filosofi, men ikke i mine. Jeg vil nærmest kalde matematikken for filosofiens og religionens helt store modsætning.

Og nu er det sådan, at alle børn i verden (stort set alle) bliver konfronteret med matematik (under tvang!). Derfor kan man ikke bruge argumenter som "det er bare fordi hun ikke ved, hvad det handler om" - for det ved vi alle. Vi er nemlig alle sammen blevet tvunget til, at tage stilling til matematikken før eller siden i livet.

Fred være med matematikken, bare nogle af os kan blive fri for den!²³

Og nogle bryder sig altså ikke om, at de opfatter, at der ikke er noget at diskutere i matematik. Men man finder

²¹ En matematiker kalder dem addition, multiplikation, subtraktion og division og betragter dem i øvrigt ikke nødvendigvis som fire regningsarter.

²² Mindst 1 finding i enten Regning eller i 4 regningsarter kombineret med mindst 1 finding i Anvendes til... eller i Bruges ved indkøb.

²³ Løbenummer 84.

også den modsatte holdning. Faktisk angiver et par stykker af dem, der vælger faget, netop det, at der er et facit, at der ikke er noget at diskutere, som en af grundene til, at de vil have matematik.

Hvad er matematik?

Matematik er tal, mængder, udregninger, trekanter, firkanter, pentagoner, ligninger, sandsynlighed

Matematik er et konkret fag i sig selv. Til en matematisk opgave hører et facit. Det er skønt. Ingen umiddelbare fortolkninger. $a^2 + b^2 = c^2$. En pakke smør & én liter mælk koster 15⁷⁸. Matematik vælges mest af hankøn & pigerne sidder tilbage med de søde, bløde, underbetalte job/kald. Del ♀/♂ op i klasserne i folkeskolen. Tilrettelæg undervisningen med henblik på kønnet & kvinderne vil blomstre i naturvidenskabelig tegn. En teori, virker den? Matematik er også skævfordeling.....²⁴

Med hensyn til formler finder vi fx:

Godt spørgsmål. Det første som umiddelbart "popper" op i tankerne er at det ikke, og jeg siger ikke er et fag som appellerer til mig overhovedet. Logisk tænkning. Formler. En ting som jeg har flygtet fra i årevis. Slap for det efter 2.g! Minsandten om jeg ikke skal konfronteres med det HER!!

Nå men, matematik kan vel meget enkelt beskrives som en "genre" som, som tidligere nævnt, omhandler logisk tænkning; nøgleord!! Jeg træder skam ikke vande, tro endelig ikke det!!!²⁵

Jeg gemmer lige logisk tænkning et øjeblik. Flugten fra formler er tydelig. Formler bliver et af de billeder, der står tydeligt, når man har bestemt sig for, at matematik er et fag, man ikke vil. Matematikerne nævner det stort set ikke. Tilsvarende tror jeg, at når der er så mange, som nævner, at matematik er et fag i folkeskolen, så skyldes det, at de dermed giver udtryk for, at det er et fag, som de er færdige med. En af de studerende fra 2. årgang skriver således (i uddrag):

Nu er matematik nemlig "bare" noget der er over det hele, men heldigvis ikke på mit skema.

Men at en gruppe af de studerende så hyppigt nævner, at det er et fag i folkeskolen, kan også skyldes tidspunkterne for indsamling af data - altså en metodisk fejl ved undersøgelsen. De studerende har jo på undersøgelsestidspunktet lige været i praktik i folkeskolen, og det kan være medvirkende til, at så mange netop på det tidspunkt nævner, at matematik er et fag i folkeskolen.

☆ Logisk tænkning & logik

Da de første af disse findings dukkede op, blev jeg faktisk overrasket. Jeg havde ikke forventet at finde noget i den retning, men det er tydeligt, at de studerende giver udtryk for, at der ligger nogle særlige tankestrukturer i og omkring matematik. Nogle de studerende skriver kun ordet logik og altså ikke logisk tænkning, men bortset fra et par af matematikerne nok tænker på den faglige disciplin logik, så fortolker jeg, at de studerende mener det samme, når de skriver logik eller logisk tænkning.

☆ Kompliceret, svært og indviklet

²⁴ Har valgt matematik og er derfor ikke med i oversigten over de studerendes udsagn.

²⁵ Løbenummer 38. Holdninger om en sammenhæng mellem matematik og køn går igen mange steder, fx Matematik er noget som mange piger synes kan være meget svært og som drenge elsker! (uddrag fra løbenummer 49). Det vidner efter min mening mest om mytedannelse, og jeg vil ikke gå ind i diskussionen i denne rapport.

★ Kedeligt

Det kan ikke overraske, at det er dem, der ikke vælger faget, som synes, at det er kompliceret, svært eller indviklet. Og det kan heller ikke forbausende, at de finder faget kedeligt. Måske er det mere overraskende, at der ikke er nogen af dem, der har valgt faget, som giver udtryk for, at det er let, for der er adskillige, som nævner, at faget er spændende, skønt eller sjovt - selv blandt dem som ikke vælger faget.

I det hele taget er matematik et fag, som kan udløse følelser, fx forekommer udtalelser af følgende type blandt de studerende: nå... gud hvor jeg sveder.²⁶

★ Vigtigt

Det er ikke alle de studerende, som direkte giver udtryk for, at matematik er vigtigt, men alligevel fremgår det af deres tekst, at de mener det:

Matematik er regning -noget med en masse tal og brøker. Hvor man i dansk lærer at formulere sig og udtrykke sin mening, da er man i matematik bundet af facts og facit. øh... ja og Så'n er der så meget; men det er jo i hvert fald noget hvor man lærer om plus og minus, at dividere og gange at kunne klare sig ude i verden Øh.. Hvad skal jeg skrive det er lidt svært. Matematik er også noget med rumfang, indviklede formler. Mest handler det om at kunne tænke logisk og nu ved jeg vist snart ikke mere om matematik. Matematik er nødvendigt at lære om, for at kunne fungere i vores samfund - Handel og edb bruger tal og formler inden for alle områder.

Matematik er også noget med mængder og størrelser, - sammenligning af dele. Nu ved jeg ikke hvad jeg mere skal skrive. Hvad er Matematik? Matematik er noget med koordinatsystemer - Mange²⁷

Den studerende får nævnt mange ting, men ikke direkte at faget er vigtigt. Alligevel synes jeg, det fremgår af teksten, fordi respondenter skriver, at det er nødvendigt at lære matematik for at kunne fungere i vores samfund. Andre studerende har et lidt pudsig forhold til begrebet *vigtigt* i forhold til matematik. Løbenummer 60 har fx en række afsnit, der indledes med „Matematik er vigtigt...”, og respondenter slutter med at konkludere: Matematik er et vigtigt fag. Jeg vil ikke vælge matematik. Og løbenummer 20 slutter med at skrive: ... fordi det er helt rart bare at have et lille kendskab til den matematiske verden. Det synes min kære mor er en god ide...

Hvis jeg vælger at fokusere på, i hvor høj grad de studerende nævner de ting, som læseplanen for faget i folkeskolen lægger vægt på, så er der ingen uoverensstemmelse med hensyn til tal og matematik i anvendelse. Ligeledes har de studerende en opfattelse af, at geometri er en del af matematik, blot nævner flere af dem i stedet for geometri et eller flere geometriske begreber, som fx trekantede, former, figurer og areal. De ting, de nævner, svarer dog ikke til de elementære byggesten som fx tal og regningsarterne i forhold til regning. En dagligsdags term man kunne forvente, at de nævnte, var rum eller figurer, eller alternativt kunne de nævne punkt, kant/linie og måske overflade. Noget kan tyde på, at de studerendes forhold til geometri er mere overfladisk end deres forhold til regning.

Til gengæld giver de studerende ikke udtryk for, at de opfatter kommunikation og problemløsning som noget væsentligt ved matematik, ligesom de ikke refererer til modelbegrebet, hvad enten det hører til under anvendelser af matematik eller problemløsning. Alligevel fremgår det indirekte, fordi de studerende nævner situationer, hvor matematik ikke blev kommunikeret ordentligt, at kommunikation har haft en stor betydning for de opfattelser, de som skoleelever har skabt af faget matematik.

²⁶ Uddrag fra løbenummer 68.

²⁷ Løbenummer 8. Den studerende overvejede at vælge matematik, men mente, at vedkommende ville få svært ved at klare sig i de ældste klasser.

Resultater af undervisningen på seminariet:

Svarene fra de ældre studerende befinder sig i grove træk mellem disse to yderpunkter:

Matematik er et redskab til at opstille logiske modeller af vores verden så vi tror at vi bedre forstår den. Matematik er sjovt, sjovere end jeg troede, og min ide om matematik har ændret sig siden jeg startede på seminariet - matematik er ikke noget at være bange for !!! Cifre, grafer, lommeregner, linealer, passer, limstift, saks, parallelforskydning, ligning- 2. og 3. grads... og det der er værre. base 2,3,4,5,6,7 osv. Med matematik sætter man verden i system og verden er dermed lettere at kontrollere - tror vi...der er matematik i alting, og har man lidt fantasi kan man lave en spændende undervisning uden andet end de bare næver.²⁸

Denne studerende har tydeligt fået meget ud af seminariets undervisning, mens den næstes udbytte er betragteligt mindre positivt:

Dengang jeg gik i folkeskole var matematik mit absolute yndlingsfag og jeg var den bedste i min klasse. Hvad der så gik galt ved jeg ikke. I gyn. fik jeg skolens bedste matematiklærere, men desværre formåede han ikke at lære mig meget. Det gik lige i 1.g, men derefter var det ned af bakke. Jeg mistede også lysten at lære det, hvilket nok er det værste. Jeg håbede dette ville ændre sig da jeg startede på sem., men nej jeg kunne dårlig nok hive den viden jeg må have lært i gym. frem. Det blev faktisk endnu værre nu har jeg ingengang lyst til at undervise i matematik. Nok fordi jeg føler mig usikker over om jeg kan nok. Jeg må dog sige at jeg fik en masse almen didaktisk ud af mat. og fik gjort en masse overvejelser om hvordan jeg kan undervise anderledes og ikke være afhængig af et bogsystem.

At de ældre studerendes opfattelser fortsat er negative, er dog et særsyn. Langt den overvejende del har ændret deres opfattelse til noget mere positivt end tidligere. Og det er helt tydeligt, at de udtaler sig mere varieret end de studerende fra første årgang. Her ligger de ældre studerende på linie med matematiklærerne i folkeskolen, som, uanset om de har haft matematik som liniefag eller blot som grunduddannelsesfag, i langt højere grad nævner stof i overensstemmelse med læseplanens krav.

Konklusioner

Når et billede, en opfattelse af faget matematik først er forankret, så skal der meget til at ændre det. Nogle har fået et mere åbent og nuanceret syn på faget i løbet af de cirka 0,2 årsværks studium, som var rammen for de gamle første årgangshold, mens andre har et større behov.

De studerende karakteriserer ikke i særlig udstrakt grad matematik med faglige termer eller ud fra læseplanens hovedområder. Og kun nogle af hovedområderne, som faget inddeles i jævnfør læseplanen for folkeskolen, kan siges at have en rimelig²⁹ plads i de studerendes bevidsthed.

²⁸ Ingen af de ældre studerende, jeg har citeret, har valgt matematik som liniefag. De er altså af samme type som de første årgangsstuderende.

²⁹ Rimelig skal her især ses i forhold til folkeskolens formåls erklæring om, at skolen forbereder eleverne til medbestemmelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre. Gunhild Nissen har redegjort for, at det betyder, at matematikken har en central rolle, hvis det skal lykkes [Nissen 94], og et mål, for om det er lykkedes, kan derfor være, hvilken opfattelse personer i samfundet har af matematik.

Lena Lindenskovs tro er blevet delvist bekræftet og delvist afkræftet. Det er ikke en udbredt opfattelse blandt de studerende, at matematik drejer sig om *at regne stykker, som andre har formuleret*, men der er en vis opfattelse af, at det drejer sig om at regne stykker. Det er heller ikke en udbredt opfattelse, at matematik *er en samling af regler, sat af andre*. De studerendes opfattelse går mere på, at matematik hænger sammen med en særlig måde at tænke på, som de kalder for logisk tænkning. Der imod er det en almindelig opfattelse, at matematik kan bruges til noget - især i forbindelse med daglige indkøb - og det kan være det, Lena Lindenskov mener, når hun siger, at matematik *er instrument for menneskelige intentioner*.

Omkring $\frac{1}{3}$ af de studerende kan antages at være præget af et økonomisyn på faget. Men selv om de studerende også i en vis udstrækning opfatter matematik som et fag med et facit, så ser det ikke ud til, at der er en sammenhæng mellem, at den studerende har et økonomisyn, og den studerendes opfattelse af betydningen af facit i matematik. Faktisk opfattes betydningen af facit på en helt anden måde, nemlig som at der ikke er noget at diskutere i faget matematik. Det lægger op til, at Lena Lindenskovs og Helle Alrøs opdeling i økonomisyn og skolesyn må nuanceres yderligere. Og i den forbindelse er det måske værd at bemærke, at der er studerende, der beskriver matematik som noget absolut abstrakt uden for erkendelsesmæssig rækkevidde.

Perspektivering

Hvad kan konklusionerne bruges til?

Vi kan nu i højere grad tage udgangspunkt i målgruppens konstruktioner, når vi underviser i faget. Og måske ligger der her en forklaring på, hvad der går galt i løbet af de første 2-3 skoleår i folkeskolens undervisning i matematik. Eleverne er fra starten i overensstemmelse med undervisningens formål, men i takt med at de bliver bedre til at skrive og læse tal og begynder at få lært at regne, så lykkes kommunikationen dårligere og dårligere. Læreren opdager ikke, at eleverne begynder at gætte på, hvad intentionen med undervisning er frem for faktisk at vide det. Derfor begynder eleverne i stedet for at koncentrere sig om faget at aflæse lærerens reaktioner, og de retter sig efterfølgende ind efter reaktionerne, uden at det nogen sinde går op for dem hvilke faglige ting, der ligger til grund for lærerens reaktioner. Faget bliver derved et nærmest emotionelt anliggende, hvilket kan forklare, hvorfor mennesker reagerer så stærkt på matematik.

Matematik er et fag i folkeskolen og mange andre steder. I matematik lærer man om tal, mængder, geometri, og meget mere. Mange kan lide matematik i 1. klasse, det er sjovt spændende, udfordrende. Desværre ser man så ofte at interesse, motivation falder, eleverne står af. Hvorfor så det? Kan det skyldes at vægten forskubbes fra det eksperimenterende til mere boglige/skriftlige aktiviteter? -Det er i så fald synd. Matematik er også mundtlig/beskrivende, den nye prøve i 9. + den dertil forberedende undervisning er en stor gevinst. Matematik er også leg, mange elsker små opgaver i fritid/selskab, men mangler³⁰

Mit bud er, at man i matematikundervisningen på begynder- og mellemtrinnet i folkeskolen, i langt højere grad end man hidtil har gjort det, skal skabe oplevelser. Oplevelserne skal være positivt udfordrende, på samme måde som fx et eventyr eller en røver- eller pirathistorie er det i danskundervisningen, eller som George Gamow er det, når han fortæller om Mr. Tompkins i drømmeland for at gengive relativitetsteorien mere fatteligt. Blot for at nævne et par eksempler i matematik så er der fx et opslag på side 42-43 i Matematik i første, der hedder „Skøre ideer”. Det handler om opfattelse af rum og gengivelse af rum, og i den forbindelse kunne man også arbejde med, hvorfor en spejling ser ud til at bytte om på højre og venstre, men ikke på op og ned. Andre muligheder for at arbejde med fantasimatematik kan man finde i Rózsa Péters „Leg med uendeligheden”, i H. M. Enzensbergers „Taldjævelen” eller i J. Hjelmslev lille historie „Et eventyr om trekanten og firkanten”.

En nok så væsentlig pointe er at få drejet matematikundervisningen væk fra at finde fejl for at rette dem over i mod at skabe fejl for at lege med dem.

Og man burde lave computerspil, hvor labyrinter opfører sig mærkeligt, hvor regnestykker er anderledes, hvor gange ikke er gentagen plus osv. i stedet for alle de træningsprogrammer, der er udviklet de sidste 10 - 20 år.

Hvad kan dette have betydning for?

En del af de ting, der er fremdraget i denne rapport, burde have betydning for læreruddannelsen, fordi der i øjeblikket bliver uddannet færre matematiklærere, end der er behov for, og fordi de studerende, som ikke gennemgår en uddannelse i matematik, vil møde folkeskolen med uhensigtsmæssige opfattelser af faget matematik. Hvis det ikke sætter spor i læreruddannelsen, vil det på lidt længere sigt betyde, at enten vil undervisningen blive varetaget af lærere, som ikke har nogen uddannelsesmæssig baggrund for at undervise i matematik, eller også må folkeskolerne til at ansætte universitetsuddannede til at varetage undervisningen i matematik. I begge tilfælde betyder det igen, at der vil opstå et efteruddannelsesbehov, som de bevilligende myndigheder bør være opmærksom på - hvilket jeg tvivler på at de vil være.

Og hvis ikke vi får ændret den opfattelse, de kommende lærere har af faget, så vil brugen af lommeregner og

³⁰ Lærer i folkeskolen med liniefagsuddannelse i matematik. Har undervist i faget på alle klassetrin og har netop nu en 10. klasse og en 2. klasse.

computerintegration i matematik se besynderlig ud med deres øjne, for hvad skal man lave i det fag, når maskinerne kan regne det hele ud?!? Det er præcis det problem, som Jørgen Ole Knudsen har oplevet i sine undersøgelser omkring brug af lommeregneren i folkeskolen. På en eller måde må vi altså på seminarierne sørge for, at alle får en bredere opfattelse af faget matematik. Det kunne man gøre ved at være opmærksom på faget, hver gang man i de andre fag benytter det. Matematiske modeller indgår i adskillige fag. Hele harmonilæren (og brud med denne) er en matematisk model, billedkomposition og farvelære er matematiske modeller, tekstanalyse er en matematisk model og så videre. De andre fag - især dem de studerende har tilfælles - burde føle en forpligtigelse til at opdrage til demokrati og således til at pege på de matematiske træk, der er ved den model, man arbejder med.

Det kan altså betyde, at faget i stigende grad vil få brug for at skulle legitimere sig selv på grund af en manglende bevidsthed om matematik.

Og det kan få betydning for undervisningen i matematik, hvis nogen læser denne rapport og tager mit bud på begynderundervisning i matematik alvorligt.

Problemstillinger i forlængelse af undersøgelsen.

Det kan være spændende at finde ud af, hvad de studerende egentlig forstår ved tal. Noget kunne tyde på, at de tænker på papir-tal³¹, når de nævner tal. Og at de derfor ikke mener, at de bruger tal, når de skal finde ud af, om de kan nå over vejen uden at blive kørt over.

Med udgangspunkt i den basis at vi nu ved, hvordan de studerende selv opfatter faget matematik, er der grundlag for at undersøge hvilke faktorer, der kan ændre, de studerendes opfattelser af faget matematik, og om seminarieret i øjeblik formår at løfte den opgave.

Et mere udviklingsorienteret aspekt vil være at få udviklet fantasimatematik-aktiviteter primært på computer, fordi man på en computer kan lave realistiske virtuelle verdener. Fx kunne man lave et eventyrspil, hvor man, i stedet for at skulle slå en masse af et eller andet ihjel for at nå målet, skulle gennemskue systemer, der ikke var af samme beskaffenhed som virkeligheden.

³¹ Jeg ved ikke rigtig, hvad jeg ellers skal kalde det, at man primært tænker på tal, som noget man kan skrive på et stykke papir. Jeg ser det, som noget andet end når man forsøger at bedømme, hvornår man skal åbne hænderne og bøje let i knæene for at gribe den bold, der er på vej mod en. Der er masser af tal på spil i hjernen, mens det foregår, men de er af en helt anden slags, end dem man skriver ned!

Bilag:

- Andre resultater - et klip fra midtvejs rapporten.
- Artikel om færdigheder i matematik udarbejdet undervejs i undersøgelsen. Er publiceret i Matematik nummer 3, 1999.
- Oversigt over findings.

Litteratur:

- Helle Alrø & Ole Skovsmose: On the right track, Ålborg Universitet 1994
Keith Devlin: Mathematics the science of patterns, Scientific American Library, 1997
Gert Fosgerau & Finn H Kristiansen: Midt i matematikken, KVAN 1996
Hansen, Hesselager, Povlsen, Søndergaard og Thielemann: Faglig eller fagdidaktisk matematikundervisning på seminarier?, RUC 1996
Christian Kock og Birthe Tandrup: Skriv kreativt, Gyldendal 1989
Lena Lindenskov: Hverdagsviden og matematik, IMFUFA 246/93
NCTM: Principles and standards for school mathematics: Discussion draft. October 1998, www.nctm.org 1998
Mogens Niss: Centrale problemstillinger i matematikkens didaktik i 1990'erne i E. Strandgaard Andersen: 15. nordiske LMFK-kongres. Århus 1993, LMFK 1994
Mogens Niss: Goals of mathematics teaching, IMFUFA 306/95 preprint of chapter in International Handbook of Mathematics Education, ed. Alan J. Bishop, Kluwer 1996
Mogens Niss: Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education, IMFUFA 351/98
Gunhild Nissen og Morten Blomhøj (red): Hul i kulturen, Spektrum 1994
Lotte Rienecker: Tekster til tiden, Dansk psykologisk forlag 1991
Undervisnings- og forskningsministeriet: Matematik kvalitet i uddannelse og undervisning 1990
Undervisningsministeriet: Matematik, Faghæfte 12, 1995
Tine Wedege (red): Matematiklæring, DLH 1998
Peter Weng: Matematik og naturvidenskab i folkeskolen, DPI 96.35
Tage Werner: Matematik - fra taltræning til problemløsning, 1994
Honor Williams & Afzal Ahmed: What is mathematics all about?, upublicerede noter til workshop.

Andre resultater

- et klip fra midtvejs rapporten.

Undersøgelsen på danskholdene er foregået i en tilfældig time torsdag den 22. oktober om formiddagen. Holdene havde forskellige fag: Dansk (2 klasser), Kristendom, Skolen i samfundet (2 klasser) og Pædagogik. Svarfrekvensen og altså mødeprocenten er cirka 68%. Hvis jeg sammenholder det, med den undersøgelse om liniefagsvalg jeg lavede sidste år³² blandt årgang 97 og 96, så var der på 1. årgangen dengang et fremmøde på cirka 83%, mens 2. årgangen, som traditionelt har et lavere fremmøde, lå på niveau med den nuværende 1. årgang. Set i lyset af debatten om i højere grad at sikre at de studerende er aktive, og at de under den nye ordning har flere fag, de selv har valgt (på 1. årgang drejer det sig om dansk), så er det interessant.

Jeg har analyseret (i en statistisk grafteoretisk sammenhæng³³) om, de studerendes valg af faget påvirkes, i løbet af de første par måneder de går på seminariet, og om ændringer hænger sammen med deres køn. Ud fra mine data så er den enkleste acceptable model, at deres oprindelige valg sammen med deres køn er bestemmende for, om de på tidspunktet for min dataindsamling overvejer valget. Til gengæld kan man med et signifikans niveau på 5% godt acceptere en model, hvor kønnet ikke har indflydelse på deres endelige valg.

³² Se fx min lektorkvalificering.

³³ Se de matematiske titler i midtvejsrapporten.

Lærerens kundskaber

Matematik er et fag man har i skolen for at lære de grundlæggende regnemetoder. Faget er delt op i to hovedgrupper nemlig færdigheds- og problemregning. I dansk lærer man at formulere sig og udtrykke sin mening, men i matematik er man bundet af facts og facit. Der er altid et resultat, et facit i matematik. Nogle mennesker kan bruge hele deres liv på at lave formler - og det er for mig en gåde - for det må være utrolig kedeligt. Sidde der og regne hele deres liv - ligefrem at tage en ph.d. i matematik; ja hvad laver sådan nogle mennesker - sidder og regner hele tiden.

Matematik har en masse begreber som i mange tilfælde virker som volapyk for en sproglig student. Ja som afskrækning for selv det største sproglige geni.

Tallene er som bogstaverne for en læsebog. De sættes sammen på en måde så det giver mening. Mening for nogle og ikke meget mening for andre.

Se det er hvad man blandt andet får at vide når man spørger kommende lærere om hvad matematik er. Og disse lærerstuderende kommer ud i folkeskolen med dette syn på faget, fordi de under den nye uddannelse ikke har matematik.

Ligeledes får man meget klassiske svar når man spørger (matematik)lærere i folkeskolen om hvad eleverne skal lære:

- tabeller af alle slags
- simple reduktioner
- ligninger
- procent
- omsætninger mellem enheder
- regningsarter
- brøker
- flader og rumfang
-

Jeg stopper inden listen bliver alen lang. Sådan set er det ikke nok med denne liste af ord. I hvert emne ligger der ud over selve emnet en ganske bestemt tanke om indhold. Og set med mine øjne er der mange af disse ting som i højere grad passer i timerne i historie end i matematik.

Derfor tror jeg at diskussionen om kundskaber skal handle om noget andet end hvad eleverne kan. Hvad er det vigtigt læreren kan; både matematik læreren, men også den almindelige lærer?

Arbejdet i matematik indeholder øvelser, spørgsmål - og problemer. En øvelse er noget eleverne laver for at automatisere en matematisk indsigt eller forståelse så den bliver til en færdighed. Et spørgsmål trækker på elevernes færdigheder sådan at de kommer til ny forståelse. Mens et problem udfordrer elevernes matematiske forståelse og deres færdigheder sådan at de ved at arbejde med problemet kan opnå en større matematisk indsigt..

Og lad mig på den baggrund begynde med at uddybe nogle af de ting som det er spild af tid at bruge elevernes og lærerens kræfter på i folkeskolen.

Brøkregning

Det er i dag fuldstændig latterligt at træne eleverne i at udføre (simple) operationer med brøker.

Fx kan man i helt nye materialer (der besynderligt nok sælges med succes til lærere som i øvrigt klager over manglende midler) opleve sider der består af: Forlæng brøkerne med 5 - og så står der en stribe af brøker. Eller hvad med omregn til decimal tal og læg sammen - fulgt af brøkpår med et plus i mellem.

Tydelige øvelser der har/havde til formål at automatisere noget som eleven ikke behøver andet end en billig lommeregner til at kunne klare. Der er overhovedet ikke nogen udfordring i oplæggene.

Men dermed siger jeg ikke at eleverne ikke skal lære brøker at kende - jeg mener faktisk at de skal kunne en hel del med brøker. Og vide endnu mere om dem. Men det er en lang historie som jeg ikke vil komme ind på her.

Tabeller

Man kan mene for og imod tabeltræning. De som hævder det er nødvendigt for at kunne regne i hovedet tager fuldstændig fejl, men det kan da sikkert være til fordel for nogen. Jeg synes i hvert fald at det vil være mere effektivt at træne kvadrattallene fremfor de små tabeller, hvis man fastholder at eleverne skal trænes i tabeller. Det er også interessant at lægge mærke til at de fleste lærere som går ind for tabeltræning altid træner multiplikationstabellerne. Hvorfor skal eleverne ikke træne additionstabellerne? Eller potenstabellerne?

Selve det at træne en tabel er i bedste fald en øvelse og i værste fald et forsøg på nærmest at definere fx at 6 gange 7 er 42, at 5 gange 9 er 45 osv. Der er ingen som kan lære noget af en definition, og hvis det er en øvelse så kommer den let til tage for megen tid fra det væsentlige.

Graftegning

Idéen med at lade eleverne tegne grafer er god. Planen er at de skal få evne til at danne billeder af sammenhænge. Problemet er bare at når det gøres i hånden så tager det for lang tid og der er alt for mange chancer for at noget går galt.

Det vil sige at øvelsernes formål at gøre eleverne i stand til automatisk at danne sig billeder af komplekse sammenhænge aldrig bliver opfyldt. Men det kan man jo let klare ved at bruge en computer til at tegne grafer med. Jeg vælger MathCad til det fordi jeg kan skrive funktionen som man plejer at gøre i hånden og få den tegnet. Og jeg kan få programmet i en helt gratis udgave på <http://www.engberg.dk/engdemo.htm>. Naturligvis findes der masser af andre programmer der også kan benyttes til at lave billeder af algebraiske udtryk.

Beregning af arealer

Som jeg oplever det, så er det almindeligt at indføre areal så tidligt som i 2. eller 3. klasse. Og jeg tror også godt jeg ved hvorfor: Kender eleven begrebet areal så kan læreren illustrere multiplikation. Det er altså hverken fordi det er en øvelse, et spørgsmål eller et problem. Reelt indeholder areal mange problemer, men dem gør læreren/materialet meget for at undgå. Jeg synes, det er lidt sært, at man således først indfører potensbegrebet (cm^2), som reelt er baseret på multiplikation, så man kan "forklare" multiplikation. Når jeg præsenterer lærere for dette synspunkt, hører jeg tit et forsvar baseret på at arealer er noget, vi alle sammen har brug for i vores hverdag. Desværre kan jeg ikke komme i tanke om ret mange eksempler på det, og der er i hvert fald mange andre ting man bruger meget mere. Den værste type af eksempler jeg får er "... når jeg skal finde ud af om jeg har plads til et køleskab i ..."

[Indsæt illustration af et hul i en række af køkkenelementer hvor hullet har et stort areal, men er for smalt til et køleskab]

Men sådan set er det fint nok at lege med arealer og måske også at sætte mål på. Jeg synes bare at beregningen hører hjemme på et senere tidspunkt når plan, rum og hyperrum fornemmelsen er godt grundlagt og når det nødvendige regneværktøj er på plads. Og multiplikation kan faktisk bedre forklares uden at bruge arealer!

Det var 4 felter som jeg mener man griber forkert an i dag. Lad mig så til gengæld komme med 4 idéer til den gode undervisning - alle fra det geometriske område:

Tegn fire vinkler på henholdsvis 70° , 170° , 270° og 370° .

Hvis eleverne har lært lidt om vinkler og om at tegne dem (hvilket værktøj bruger dine elever forresten: Computer eller vinkelmåler?) så er den første vinkel en ren øvelse. Men jo længere I kommer frem i rækken bliver det for flere og flere til et problem.

Undersøg om Pythagoras sætning om retvinklede trekanter gælder på jorden eller på en ridesaddel.

Der kunne såmænd også godt stå om den gælder på et stykke papir. Eller om sætningen kan bruges til at sige noget om vinklerne i en vilkårlig trekant. I alle formuleringerne er der tale om et problem.

Bestem en metode til at afgøre om et punkt befinder sig inden for eller uden for et område.

Man skulle tro det var let. Jeg mener at når jeg fx kigger på en fodbold kamp så er det langt det meste af tiden nemt at se om bolden er inde på banen eller uden for. Men hvordan afgør man det rent matematisk? Og kan en sådan afgørelse bruges til også at finde ud af om bolden er på linien?

Find på måder at dele en ting i et antal stykker så hvert stykke synes lige stort.

Dette problem kan virkelig skabe diskussion. Der er skægge eksempler at tage udgangspunkt i fx et pizzeria forøger sin indtægt ved at dele pizzaerne i 9 stykker i stedet for 8, eller mere klassisk fx at finde en ret linie der deler et stykke land i to lige store stykker. Kan delingerne overhovedet gøres retfærdigt? Hvad vil retfærdigt sige: Er det når alle er tilfredse eller når alle har fået lige meget?

Hvis du vil have flere idéer til fx brøker eller ligninger mm. så kan du hente eksempler på <http://www.engberg.dk/applikat.htm> og i numre af dette blad er der som regel også gode idéer.

Jeg synes også man skal gøre mere ud af at lære at læse matematik Hvor mange af dine elever kan fx læse et udtryk som dette når de forlader folkeskolen?

$$y = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \cdot x + \left(\bar{y} - \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \cdot \bar{x} \right)$$

Der står faktisk ikke noget i udtrykket som eleverne ikke har lært i løbet af folkeskolen. Og udtrykket kan faktisk anvendes i den virkelige verden. Men på den anden side så har eleverne sjældent lært at læse matematik og så bliver udtrykket uforståeligt og helt uanvendeligt.

Mon det er derfor at formler bliver til gold udenadslære for så mange mennesker?

En af de ting man kunne prøve at gøre er at fokusere mere på begrebet led. Lige som man i grammatik har betegnelser som grundled, udsagnsled, forholdsordsled m.fl. der kan fortælle læseren om sætningens struktur så er der også led i matematik. Og disse led kan bruges til at hjælpe med læsningen af matematiske udtryk. Er du og dine elever klar over det?

Lad mig opsummere hvad jeg mener det er vigtig en lærer har:

- Kundskaber

Den vigtigste kundskab en (matematik)lærer må have er evnen til at lade sine elever kaste sig ud i noget læreren ikke kan. Læreren må også have evnen til at se at der er mulighed for læring i alting.

- Færdighed

Når læreren underviser på den måde stilles der krav om at kunne undervise i noget man ikke selv kan. Hvis eleverne skal lære at svømme og læreren ikke selv kan svømme så kræver det særlige færdigheder hos læreren

for at undervisningen kan lykkes. Og disse færdigheder bør enhver lærer være i besiddelse af!

- Forståelse

En lærer må forstå at kunne kommunikere om ting læreren ikke ved noget om. Og kunne kommunikere med andre forståelser end sin egen.

- Indsigt

En lærer må vide at der er ting som læreren ikke kan eller ved som eleven skal lære. Og en lærer må forstå at skabe musiske tilstande i sit fag. Med det mener jeg at faget ikke skal begrundes i anvendelsesværdien men i at det er en fornøjelse at beskæftige sig med det. At man bliver udfordret af og klogere på sin omverden.

Epilog

Louise fra 9. er lige blevet erklæret egnet til både sprogligt og matematisk gymnasium. Nu er jeg ikke længere helt klar over hvor stor forskellen er på de to ting fordi eleverne på begge linier kan vælge en hel masse fag på forskellige niveauer; men Louise er meget klar over et par ting: Hun vil være læge, og for at blive det kræver det at hun bliver optaget på studiet. Der til kræves et højt gennemsnit og det (mener hun) er lettest at få på den sproglige linie. Så hun vælger den sproglige linie. Og tænk det synes jeg er trist. Jeg vil meget hellere behandles af en læge med en velfunderet naturvidenskabelig viden end af en der kan snakke godt fransk med min milt!

