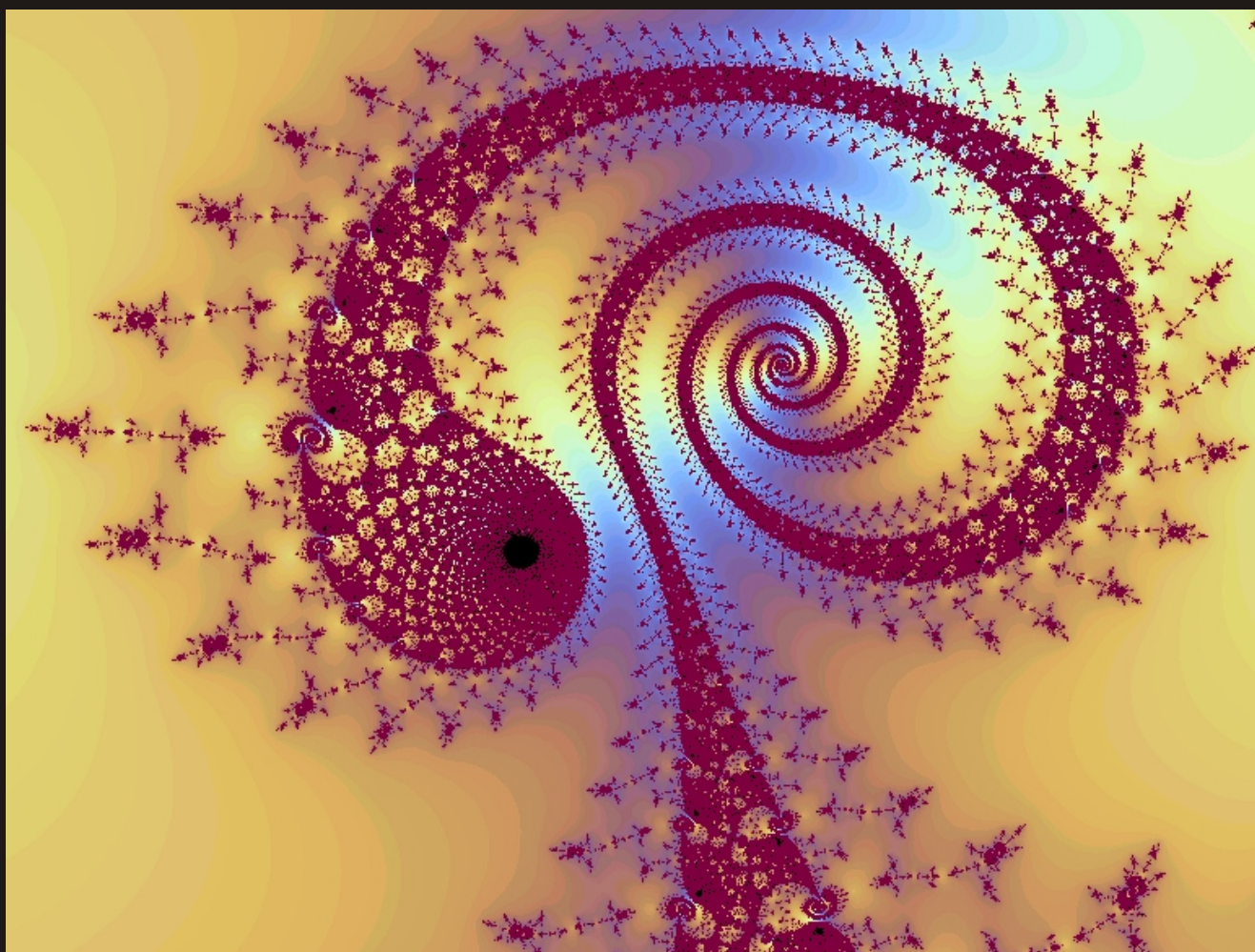


Matematik med hjerteblod



- om matematik og problemformulering

INDLEDNING	2
Problemformulering	3
PROBLEMLØSENDE MATEMATIK	4
Problemer med problemer	5
HVAD ER PROBLEMFORMULERENDE MATEMATIK?	8
Formulering og omformulering	8
Matematik og humanisme	9
Konsekvenser/formål: Opsummering	12
HVORDAN PROBLEMFORMULERENDE MATEMATIK?	13
Det konstruktive miljø	13
Den dynamiske matematik	15
Problemformulerende matematik og Fælles Mål	18
Problemer med problemformulerende matematik	19
... - og fordele	20
KONKLUSION	20
PROBLEMFORMULERING I SKOLEN ALLEREDE I DAG?	21
LITTERATURLISTE	23

Indledning

Man har fra undervisningsministeriets side erkendt, at der er noget med den danske matematikundervisning, der ikke er som det burde være. Derfor satte Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd i 2000 en arbejdsgruppe i gang med at analysere matematik som fag og fagområde. Gruppen udformede en rapport, *Kompetencer og Matematiklæring*, der udkom i 2002.

Svaret fra rapporten gik bl.a. ud på, at det er nødvendigt at ændre den traditionelle pensumtænkning til en kompetencetænkning. I denne forbindelse har man fremhævet otte centrale kompetencer til at skabe en fælles referenceramme for dansk matematikundervisning. Alle kompetencer indgår i et komplekst samspil, men der er nogle nye punkter, der adskiller sig fra en traditionel undervisning, og derfor springer de i øjnene med det samme. Her tænker jeg især på ”Hjælpe-middelkompetence”. Her sigtes der bl.a. på anvendelse af matematisk software, der gennem en årrække har gennemgået en rivende udvikling. Matematiske programmer overtager stadig flere af de krævende beregninger og modelleringer¹. Derfor bliver det vigtigt at fokusere på nogle af de kompetencer, der ikke lige står overfor at blive overtaget af de teknologiske fremskridt.

Problembehandlingskompetencen og tankegangskompetencen vil der fx fortsat være brug for. De er også nødvendige for overhovedet at kunne anvende et matematikprogram til at løse et givet problem. Det er værd at lægge mærke til, at *Fælles Mål* anvender begrebet ”problemløsning” i modsætning til KOM-projektet, der beskriver en ”problembehandlingskompetence”. Der ligger en dobbelthed i ordet problem når det anvendes i undervisningssammenhæng. Det er en skellen man har foretaget i KOM-rapporten, som ikke er nær så tydelig i *Fælles Mål*.

”Det er meget vel muligt at kunne formulere matematiske problemer uden at kunne løse dem. Tilsvarende er det muligt at være en dygtig problemløser uden at være god til at finde og formulere matematiske problemer”²

At problemer er et centralt element i matematikundervisningen bliver understreget af, at den er blandt de centrale kundskabs- og færdighedsområder i *Fælles Mål*. Undervisningsministeriet foreslår at man tilrettelægger en undervisning ud fra følgende matrixmodel³:

¹ Se fx ”Matematisk tekstbehandling i grundskolen” på <http://www.emu.dk/gsk/fag/matematik/jan042.html>

² Niss, Mogens m.fl: *Kompetencer og matematiklæring*, Undervisningsministeriets forlag, 2002. S. 201.

³ *Fælles mål: faghæfte 12 – Matematik*, Undervisningsministeriets Forlag, 2003. S. 87.

	Arbejde med tal og algebra	Arbejde med geometri
Matematik i anvendelse		
Kommunikation og Problemløsning		

Denne model er fremstillet som en hjælp til, hvordan man kan knytte de forskellige kompetencer (i rækkerne), sammen med de udvalgte stofområder (i søjlerne). Modellen skal fremhæve, at undervisningen helst skal foregå med et samspil mellem de forskellige elementer. Spørgsmålet er imidlertid, om man ikke kunne skabe en mere dynamisk undervisning ved at lade al undervisning tage udgangspunkt i problemer. Herefter kunne man så bringe de andre elementer fra modellen ind som en naturlig del af en problembehandlingsproces.

En af anbefalingerne fra KOM-projektet handler om, at man bør tage initiativ til forsøg, der kan være med til at forny undervisningen. Den amerikanske professor Stephen I. Brown har længe været på banen med et nyt syn på det at matematisere. Hans ”problem posing” strategi tager udgangspunkt i den dobbelthed, der ligger i at anvende problemer i matematikundervisningen. Målet er at beskrive en nysgerrighedsskabende matematik med en indgangsvinkel til undervisningen, der tilgodeser elevernes egne undersøgelser. I denne forbindelse er der især fokus på evnen til at kunne formulere problemer.

Nu tager Brown udgangspunkt i og kritiserer den amerikanske læseplan, så spørgsmålet er, om metoden vil kunne anvendes inden for en dansk skolesammenhæng. Dette leder frem til den egentlige problemformulering for opgaven:

Problemformulering

Hvad er ”problem posing”, og kan man arbejde med det inden for de rammer, der er afstukket af *Fælles Mål*?

Problemløsende matematik

Problemløsning har længe været aktuelt i matematikundervisning, så lad os begynde med at se nærmere på opfattelsen af ordet problem. Gregersen og Jensen definerer et problem således: ”*En situation, der involverer en række åbne spørgsmål, der udfordrer en eller anden intellektuelt, som ikke umiddelbart er i besiddelse af metoder (...), der er tilstrækkelige til at besvare spørgsmålene*”⁴. At der er tale om ”en eller anden” præciserer, at det, der kan være et problem for én, ikke nødvendigvis er det for en anden. I rapporten laver man en tilsvarende opdeling, idet man siger at alle problemer er relative. Dermed mener man at en elev fra 1. og 5. klasse ikke vil opfatte samme situation som et problem:

”Et matematisk problem er en særlig type matematisk spørgsmål, nemlig ét, hvor en matematisk undersøgelse er nødvendig for besvarelsen. Spørgsmål, som kan besvares alene ved hjælp af (få) specifikke rutinefærdigheder, henregnes således ikke som matematiske problemer”⁵.

Der er mange argumenter for at anvende problemer i matematikundervisningen. Et af de væsentligste er at tilgodese en øget deltagerstyring, og at eleverne selv skal beskæftige sig med det konkrete matematiske stof. Formulering af matematiske problemer ud fra ”virkelige problemer”, i såkaldte tekstopgaver, er blevet anvendt til at supplere eleverne med en nødvendig kontekst, så eleverne ikke skal komme til at opfatte matematik som meningsløst. I denne forbindelse har man ønsket at eleverne kan anvende matematikken i deres hverdag.

Fælles mål beskriver matematikken som; ”*et redskab til at løse dagligdags problemer, til at forstå verden omkring en og forholde sig til hverdagsproblemer*”⁶. Formålet er at give eleverne handlemuligheder i praktiske situationer. Målet er at alle elever bliver i stand til at beherske de mest grundlæggende matematiske operationer der vedrører; ”*dagligliv, samfundsliv og naturforhold*”⁷. Der er imidlertid en række andre krav, der udfordrer denne opfattelse af matematik for alle. Kompetencerapporten fremhæver at der bliver stillet krav til undervisningen fra tre sider.

”Den skal bidrage til den teknologiske og socio-økonomiske udvikling af samfundet som helhed. Den skal udstyre individer med værktøjer, kvalifikationer og kompetencer, som kan hjælpe dem til at klare livets (ud)fordringer, som privat-

⁴ Gregersen, P. & Jensen, T. Højgaard: ”Kapital 2” i; *Problemløsning og modellering i en undervisningssammenhæng*, 1998. s. 24.

⁵ Niss m.fl. 2002. s. 201.

⁶ *Fælles Mål*. S. 71.

⁷ *Ibid.* s. 11.

personer, i arbejdslivet og som samfundsborgere. Den skal bidrage til samfundets politiske, ideologiske og kulturelle vedligeholdelse og udvikling i Danmark i et demokratisk perspektiv”⁸.

På trods af at det er en del af de centrale kundskabs- og færdighedsområder, står der ikke ret meget konkret om hvordan man kan gennemføre en problemløsende undervisning i *Fælles Mål*. Det er flygtigt nævnt på s. 86, hvor man kan bygge et undervisningsforløb op på baggrund af; ”*læringsmål, der bygger på kommunikation og problemløsning*”⁹, ellers ligger det mest implicit i de udvalgte undervisningsforløb. I *Fælles Mål* medtages gode problemstillinger og vinkler som eksempel fra *Fælles Mål*, hvor man skal bygge en 5-er med to farver og skrive talnavnet¹⁰. Det kan imidlertid være vanskeligt at regne ud, hvad der forventes i forbindelse med ”Kommunikation og problemløsning”, da denne del af ckf ikke er beskrevet nær så indgående som de andre dele.

Matematikundervisning med udgangspunkt i problemløsning har traditionelt kørt efter skemaet;

- Forståelse af problemet
- Udtænke en arbejdsplan
- Udføre planen
- Se tilbage – reflektere¹¹

Det ser også ud til, at det for det meste er sådan en arbejdsproces, der er tænkt på, når der bliver talt om problemløsning i *Fælles Mål*, som for eksempel når der bliver talt om undersøgelser der vedrører ”elevernes skolevej” eller ”miljø”.

Problemer med problemer

Stephen I. Brown er en af dem der har været mest konstruktiv i sin kritik af problemløsning, som den i mange år er blevet praktiseret i skolernes matematikundervisning. Et af hans vigtigste argumenter er, at der i alt for høj grad er fokuseret på problemernes løsning. I en sådan undervisning kommer matematisk kompetence hurtigt til udelukkende at dreje sig om ens evne til at løse givne problemer. Matematik er efter min overbevisning meget mere.

Han kritiserer især de klassiske ordproblemer, der oprindeligt blev indført i undervisningen i et forsøg på at skabe en sammenhæng mellem matematik og ”den virkelige verden”. Ved løsning af sådanne problemer fremhæver Brown, at det vigtigste element i læringen bliver, at man

⁸ Niss m.fl. 2002S. 32.

⁹ *Fælles Mål*. S. 86.

¹⁰ Ibid. s. 105.

¹¹ Gregersen & Jensen 1998.

er i stand til at kunne udskille irrelevant information og komme med en konkret og entydig løsning. Han mener ligeledes, at det er problematisk, hvis eleverne får indtryk af, at alle matematiske problemer har en løsning, og derved kommer til at opfatte matematik udelukkende som et sandhedsfag. Brown fremhæver netop vigtigheden af at komme væk fra dette ”*the right way syndrome*”¹², for at kunne skabe en konstruktiv matematiklæring.

Vigtige argumenter for en sådan ændring kan hentes i socialkonstruktivismens syn på viden. En af hovedpointerne i socialkonstruktivisme er at mennesket ikke har nogen ”ren” tilgang til at beskrive verden omkring sig objektivt, da: ”*Erkendelsen er (...) indspundet i vores socialitet og subjektivitet*”¹³. Verden vil med andre ord altid træde frem for os, farvet af subjektive faktorer som sprog, vores sociale praksis og ikke mindst vores forventninger til, hvad vi måtte finde. Derfor må vi forsøge at ændre vores syn på virkeligheden. Vi må indstille os på at den er en lidt mere usikker størrelse, end vi har været vant til, og vi må forsøge at komme væk:

“...from *dualistic thinking* (everything is right or wrong in some absolute sense) to *relativistic thinking* (everything depends upon context) to a *stage of commitment* (in which one freely chooses an orientation realizing full well its limitations and its tentative status)”¹⁴.

Der er naturligvis ikke tale om ren relativisme, men opfattelsen af verden må bygge på kritik og forestillinger der kan underbygges med videnskaben som dommer. Sandhed kommer i højere grad til at handle om tillid og kritisk stillingtagen, hvilket skal ses i forhold til det logisk deduktive. Det forhindrer ikke at der er noget der kan bevises logisk. Man skal bare være opmærksom på, at det baserer sig på normer og standarder, der er vedtagne inden for fx matematikken. Man kan altså godt bevise, at noget er sandt ud fra en matematisk model der forsøger at beskrive noget af virkeligheden. Man må imidlertid holde sig for øje, at det kun er en model og ikke nødvendigvis sandt i en absolut forstand. Lidt trivielt kan man sige at det ikke er mange år siden humlebien lærte at flyve, da man ud fra de beregninger og modeller, man havde af vingefang og bæreevne ikke kunne forklare hvordan.

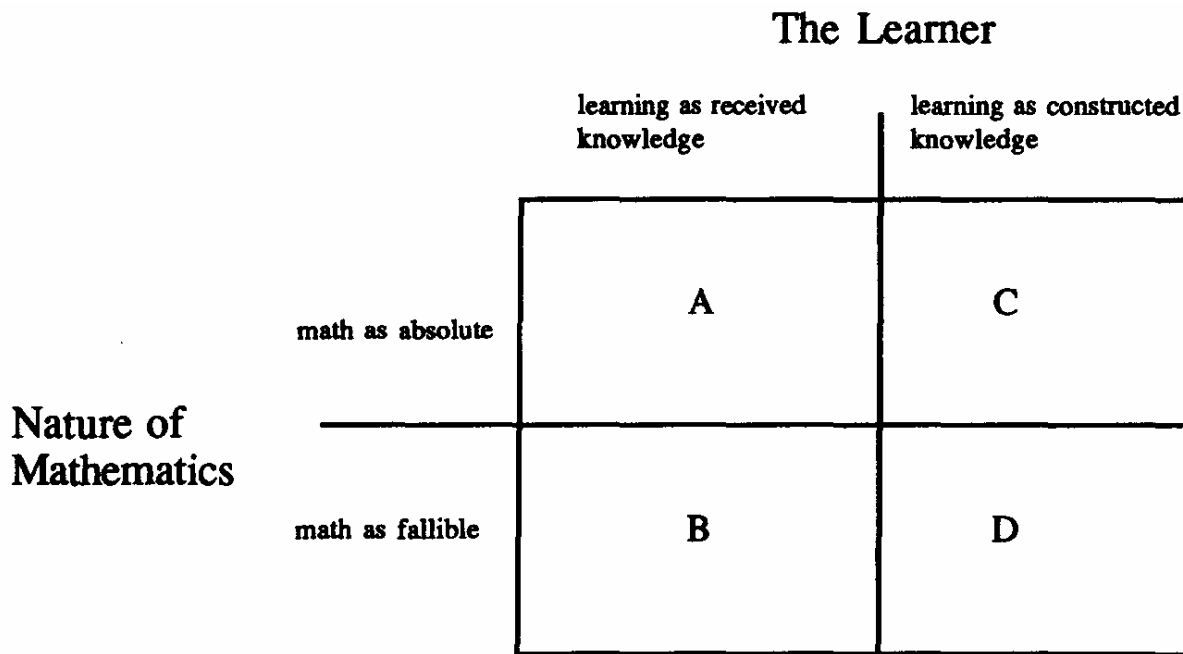
Ved at betragte læring som noget, der finder sted gennem skabelse og rekonstruktion af mentale skemaer, og ved at betragte matematikken som noget kulturelt og ikke så absolut som man tidligere har gjort, placerer Browns ideer sig i boks D i nedenstående model¹⁵.

¹² Brown, Stephen I. & Walter, Marion I.: *The Art of Problem Posing*, The Franklin Institute Press. Philadelphia, 1983. s. 5.

¹³ Wenneberg, Søren Barlebo: *Socialkonstruktivisme – positioner, problemer og perspektiver*, Samfundslitteratur, Frederiksberg 2000. s. 214.

¹⁴ Brown, Stephen I. & Walter, Marion I. (red.): *Problem posing – reflections and applications*, Lawrence Erlbaum associates, Inc., Publishers, Hillsdale 1993. s. 60.

¹⁵ Brown, 2001. s. 30.



Det er som om opfattelsen af matematikken har bevæget sig mere eller mindre direkte fra A til D på kort tid. Jeg er lidt i tvivl om hvordan KOM-rapporten og *Fælles Mål* forholder sig til, om matematik skal opfattes som absolut/ikke absolut, men umiddelbart vil jeg også placere dem i samme boks som Brown, om end lidt tættere på midten, idet deres kompetencetænkning baserer sig på, at eleven skal erhverve sig en defineret matematisk kunnen. Her tænkes der især på de bindende trinmål.

Browns opfattelse af problemer, og hvordan de bør benyttes i matematikundervisningen adskiller sig imidlertid væsentligt fra den, der gør sig gældende i *Kompetencer og matematiklæring*, idet han i højere grad tager udgangspunkt i, hvad problemet gør ved den person, der møder det:

“A problem is ... a project for the future we commit ourselves to by an act of will (...) Given any problem in order for it to be used for educational purposes, it is necessary that the goal ultimately be directed towards a possibly wide variety of efforts of students to solve that problem”¹⁶.

Det er altså vigtigt at eleverne ikke kommer til at arbejde med lukkede problemer. Browns metode går derimod ud på at lade eleverne selv formulere og opstille matematiske spørgsmål, der herefter kan danne udgangspunkt for en videre undersøgelse (mere herom senere). Denne tilgang kan i langt højere grad være med til at styrke elevernes tankegangskompetence, end hvis man anvender en traditionel tilgang til at anvende problemer i sin matematikundervisning. Kompetencerapporten er

¹⁶ Ibid. s. 78-80.

inde på noget af det samme, men problematikken bliver ikke rigtigt udfoldet, og den optræder kun implicit i *Fælles Mål*.

Hvad er problemformulerende matematik?

Formulering og omformulering

Problem posing (herefter problemformulering) og problemløsning hænger som tidligere nævnt meget tæt sammen, men i modsætning til problemløsning har problemformulering ikke fået megen opmærksomhed. Problemformulering er en del af problemløsning på i hvert fald to forskellige måder:

”First of all, it is impossible to solve any novel problem without first reconstructing the task by posing new problem(s) in the very process of solving. (...) Secondly, it is frequently the case *after* we have supposedly solved a problem, we do not fully understand the significance of what we have done, unless we begin to generate and try to analyze a completely new set of questions”¹⁷.

Problemformulering er altså på spil både før og efter selve løsningen. Ifølge Brown og Walter er det imidlertid ikke så enkelt at formulere et problem som man skulle tro, og valget af den endelige formulering har også stor betydning for resultatet af undersøgelsen. Måden vi spørger på har stor betydning. Læg for eksempel mærke til forskellen på tre følgende spørgsmål:

- “What kind of protection should I devise so that I minimize the chances that someone will break into my house?”
- Do I want to live in a community in which theft and violence are rampant?
- What obligation do I have to myself and others to try to modify the violent climate in my neighborhood?”¹⁸

Som man kan se, ændres vinklen og svaret fuldstændig, blot man omformulerer spørgsmålet en smule. Det samme gør sig gældende for matematiske undersøgelser, så hvis man har det svært med et givet problem er det som oftest ikke selve problemet, men måden der bliver spurgt på, der er skurken. I relation til modellen over traditionel problemløsning¹⁹ er der langt mere fokus på det første punkt ”Forståelse af problemet”, end der har været tidligere, idet man har fået øje på den store forskel det giver at omformulere en smule.

I undervisningen handler det derfor om, at åbne elevernes øjne over for givne problems kontekst og vise dem, at det kan betale sig at opstille alternative problemstillinger, før man går i gang med de egentlige undersøgelser. Man får slet og ret et bedre udgangspunkt ved selv at spørge

¹⁷ Brown & Walter 1983. s. 2.

¹⁸ Brown 2001. s. 46.

¹⁹ Se side 7.

ind til og opstille en kontekst omkring problemet. Goldenberg fremhæver fordelene ved at lade eleverne selv formulere udgangspunktet for det videre arbejde:

“What is the fun of discovering something someone has told you to find? Even adventures that there might be along the way are hard to experience when you feel that the way has been fully travelled before. (...) Adventure as I’m using it, is of course a metaphor one does on a worthy and subjectively new problem. (...) Adding the adventure of subjectively original discovery to one’s study of a subject is certainly one promising way to get people excited about the subject. In the case of mathematics, it also conveys a central truth about what the subject really is”²⁰.

Ved at lade undervisningen foregå i en undersøgende og spørgende atmosfære undgår man, at matematik kommer til at dreje sig om rigtigt/forkert problematikker. En vigtig pointe for Brown er, at ændre indgangsvinklen til undersøgelsen: *”In searching for more rather than less information, we transform the nature of our inquiry significantly”*²¹. Denne ændring mener han kan være med til at mindske den matematiske angst nogle elever får, før de går ud af grundskolen. Under alle omstændigheder kan det være med til at ændre manges syn på det at matematisere, og forhåbentligt gøre det mere meningsfyldt og interessant.

Matematik og humanisme

Brown fremhæver hvor lidt den naturvidenskabelige og humanistiske kultur har lært af hinanden. Man har gennem mange år haft en gensidig mistillid og rivalisering, selvom de har inspireret hinanden på forskellige områder. Det har selvfølgelig sine indlysende årsager, idet man har vidt forskellige indgangsvinkler til, hvad det vil sige at undersøge og løse noget. Brown fremhæver imidlertid, at undervisning i matematik er lidt af et paradoks, idet det matematiske er tættest knyttet til naturvidenskabens verdenssyn og kultur, mens undervisning har mest fælles med det humanistiske (i den betydning at humaniora beskæftiger sig med; *”mennesket selv som tænkende, følende, handlende og skabende væsen”*²²).

Som underviser er det vigtigt at have et ben i hver lejr, da det er to vidt forskellige måder at tænke på. Det ser som nævnt ud som om både *Kompetencer og matematiklæring* og *Fælles Mål* mest har fokus på hvordan eleverne kan erhverve sig kompetencer og ikke hvad matematikken kan gøre for én. Her tænker jeg især på glæden ved at blive udfordret kognitivt af logiske proble-

²⁰ Goldenberg, E. Paul: „On Building Curriculum Materials That Foster Problem Posing“, i Brown & Walter (red.) 1993. s. 31-32.

²¹ Brown 2001. s. 166.

²² Kjørup, Søren: *Menneskevidenskaberne – problemer og traditioner i humanioras videnskabsteori*. Roskilde Universitetsforlag, Frederiksberg 1996. s. 13.

mer. Der kan imidlertid også være andre positive aspekter ved at se matematikken fra en anden vinkel.

Med humanistisk optik kan man ofte kaste et helt nyt lys på for eksempel årsagerne til, at elever kan have et negativt billede af matematik. Med tanke på menneskets trang til at se verden i sammenhængende helheder vil det måske være nemmere at forstå, hvorfor elever har svært ved at blive umiddelbart begejstrede over matematiske begreber, såsom irrationelle og imaginære tal, hvis man ser på den normale betydning af ordene. Til gengæld kan det have stor effekt, hvis underviseren anvender metaforer og allegorier til at skabe forbindelse mellem matematik og elevernes egen erfaringsverden. Han mener at undervisningen bør tage højde for, at vi benytter os af billeder i vores tilgang til verden:

”Metaphor is a concept we normally associate with poetry or other forms of literature in the “real world”. In fact metaphor is so deeply implicated in all our thinking that we engage in variations of metaphorical thinking, even when we are not aware that we do so”²³

Jeg kan fx huske, at jeg havde svært med at forklare begrebet ”rumlig”, da jeg var i praktik i en 2. klasse. Eleverne havde lavet tre- og firkanter af sugerør og piberensere, og målet var, at de skulle bygge tetra- og hexahedre. Jeg prøvede at forklare begrebet på forskellige måder, indtil Sune foreslog om de ikke bare skulle laves tykke. Det fungerede glimrende.

Brown understreger, at det humanistiske ligeledes spiller en stor rolle i matematikken, mennesket har stor indflydelse på resultaterne af forskellige undersøgelser gennem valg:

“An understanding of the value judgements implied in the growth of any discipline. Logic alone never completely accounts for *what* is investigated, *how* it is investigated and *why* it is investigated”²⁴.

Brown fremhæver, at sådanne valg ofte baserer sig på kriterier, der er af en mere intuitiv karakter, end man tidligere har været opmærksom på; nemlig æstetik og elegance. Han forsøger at finde ud af, hvad der gør, at man udvælger visse vinkler frem for andre også i en matematisk undersøgelse:

“Back to human agency! Forward not only to the need of judgment – for a decision about what is worthwhile and significant – but for the intense realization that we cannot avoid being guided by a criteria of an *aesthetic* nature that transcend logic alone..”²⁵.

²³ Brown 2001. s. 148.

²⁴ Ibid. s. 27.

²⁵ Ibid. s. 25.

Man vil som regel vælge den vej eller det bevis, der ser mest elegant ud. Elegance i denne forbindelse vil oftest have noget at gøre med den måde vi tænker på. En løsning af et problem kunne for eksempel være elegant hvis;

- Den er kort
- Den inddrager en vinkel eller ide, der er uventet i forhold til problemstillingen
- Den er let at forstå

Det kræver naturligvis fagligt overskud at kunne se om en løsning eller vinkel er elegant. Her må underviserens erfaring komme eleverne til gode. Han kan være med til at pege på, vise elegante slutninger eller honorere alternative vinkler på det samme problem.

På den anden side mener Brown, at mere naturvidenskabelige metoder og undersøgelser har været et overset aspekt af den almene opfattelse af intelligent og ikke mindst kreativ tankevirksomhed. Hans pointe er, at matematikken i høj grad kan anvendes som verdensåbner, især hvis man undgår at have for meget fokus på problemets løsning. Han fremhæver, at matematik med humanistisk indgangsvinkel kan være:

“.. an attempt to either clarify or modify a world out there. Though mind expanding in that the activity places value on perspective others than those that were imposed from the outside, there is so far very little on “self” as an object of study. These kinds of activity are justified however on grounds that they are means of making something one’s own. (...) This kind of “tasting” activity is one that we tend to by-pass if our focus is primarily on solving “it”. Unfortunately, however, if we persist in by-passing this activity very long, we desensitize ourselves to the point that we no longer “taste” the uniqueness among phenomena, and though they may be able to gain answers to questions, they become very insensitive for something to be a problem and have even less of an understanding of what it means to have solved something”²⁶.

En anden måde at benytte en humanistisk vinkel er at man i højere grad fokuserer på den proces, der har ledt frem til løsningen af et problem. Her er det ikke så meget det rent matematiske, der er i fokus, men de tankeprocesser, der ligger bag løsningen. Dét at få en ide, der bryder med den måde man hidtil har betragtet et problem ud fra, har stor betydning for udviklingen af nye tanker. Derfor er det vigtigt at eleverne bliver klar over hvad der er sket i løbet af processen, og hvad der har haft størst betydning for udviklingen af fx en problemstilling.

Endelig kan det være en fordel at fokusere på mennesket i matematikken, da teknologien som nævnt i højere og højere grad erstatter mange af de discipliner, der traditionelt har været fokus på i matematikundervisningen. Det vil derfor være stadig vigtigere at kunne tænke matematisk om ikke for andet så for at kunne håndtere de matematiske hjælpemidler.

²⁶ Brown & Walter (red.) 1993. s. 271.

Konsekvenser/formål: Opsummering

Dette ændrede syn på matematikundervisning medfører naturligvis, at vi må ændre opfattelse af holdninger, der hidtil har været opfattet som selvfølgeligheder. I lyset af at viden er blevet en mere relativ størrelse, bliver man nødt til at betragte matematik som noget ikke absolut. Matematikundervisere bliver nødt til at ændre deres syn på og anvendelse af matematiske problemer i undervisningen. Evnen til at opstille, formulere og vurdere problemer skal være det centrale frem for løsning. Brown fremhæver en række holdninger der ikke er befordrende for en konstruktiv læring:

- "All problems should come clearly posed or they are either incapable or unworthy of being analyzed.
- One's job is to *solve* problems if possible. Posing belongs to the experts.
- In solving problems, one's focus ought to be constantly on the questions being asked.
- The problems stand "out there," to be solved, and are not capable of shedding much light on the problem of understanding oneself"²⁷

Dette, og vigtigheden af at lade elevernes egne formuleringer udgøre grundlaget for matematikundervisningen, stiller naturligvis store krav til gennemførelsen af en undervisning.

En af fordelene ved en sådan åben og selvformuleret undersøgelse er, at eleverne finder ud af, at der ikke altid er løsninger på problemer. At undersøge et problem uden løsning vil naturligvis være frustrerende, da man ikke oplever den forløsning et resultat giver. Det bevirker imidlertid, at eleverne kan blive opmærksomme på deres frustrationer. Ikke desto mindre bliver oplevelsen af at have fundet løsningen på et problem så meget større. Dermed bliver der åbnet for den mulighed, at man kan få kontakt med nogle af de følelser, der er helt essentielle for det at lære:

"As a matter of fact, there are some emotions that are so closely tied to cognition that it would in effect destroy inquiry if they were non-existing. (...) Even the act of frustration is based upon some important awareness and is not merely an emotional phenomenon"²⁸.

Spørgsmålet er så, hvordan man kan skabe et undervisningsmiljø, der tilgodeser alle ovennævnte krav, og om man kan anvende nogle konkrete metoder til at udvikle elevernes evne til at problemformulere i den daglige matematikundervisning.

²⁷ Ibid. s. 277.

²⁸ Ibid. s. 232-233.

Hvordan problemformulerende matematik?

Det konstruktive miljø

I en traditionel matematikundervisning har læreren for det meste optrådt som en, der forklarer eleverne, hvordan tingene hænger sammen. I den moderne problembaserede undervisning bliver læreren som nævnt nødt til, at lade eleverne arbejde mere induktivt med åbne spørgsmål. Det handler ikke kun om at aktivere eleverne. David Whitin understreger vigtigheden af at undervisningen frem for alt bygger på nysgerrighed og fremhæver ligeledes, at elevernes forståelse af matematik bliver bedre på samme tid:

”An atmosphere that promotes curiosity about numbers encourages children to test their own hypotheses and pursue their own predictions. In this way children develop a broader understanding of why numbers act the way they do; they develop a number sense from the inside out because they are encouraged to be questioners and thinkers in their own right”²⁹

Nu er det naturligvis ikke ligegyldigt, hvad eleverne lærer, og om de lærer noget i det hele taget. Goldenberg påpeger, at man som lærer bliver nødt til at bidrage til at give grobund for elevernes undersøgelser. Hvis man ikke gør det, vil de fleste elever ikke være i stand til at komme nogen steder. Så det handler altså om, at balancere mellem at give for meget eller for lidt information. Man må sigte mod; ”*a way of helping students without my knowing in advance exactly what adventure they are likely to have*”³⁰. Denne balance er nemmere at opnå, hvis eleverne er vant til at arbejde i en atmosfære, der er præget af nysgerrighed og flertydighed.

Accept af, at en problemstilling kan have flere indgangsvinkler og dermed løsningsmuligheder giver plads til, at nysgerrigheden kan anvendes. Kommunikation bliver et centralt element, da det er vigtigt, eleverne lærer at argumentere for netop den vinkel, de har valgt. Det er naturligvis tidskrævende at arbejde med undersøgelser af åbne problemer, men man bliver nødt til at give eleverne tid og ro til selv at udvikle forståelse af og for problemer og matematiske sammenhænge.

Af konkrete ændringer kan man nævne, at underviseren bør give sig tid til at forfølge elevens tankegange og spørge ind til de forestillinger, der ligger bag. Naturligvis skal der inddrages meget konkret materiale så eleverne får matematikken mellem fingrene. Man bliver nødt til at erkende at man ikke vil komme til at gennemgå nær så mange opgaver, som man ville have gjort med en mere traditionel tilgang til undervisning, men som sagt bliver udbyttet også derefter. Denne metode sigter altså på kvalitet frem for kvantitet.

²⁹ Whitin, David J.: „Number sense and the importance of asking „why?“” i Brown & Walters 1993. s. 121.

³⁰ Brown & Walters (red.)1993. s. 32.

Undren bliver et centralt element i en sådan didaktik. Man skal vænne sig til at undre sig både før, under og efter, man er stødt på et problem, og måske har fundet en forklaring på det. De fleste er vant til kun at undre sig, når der opstår noget uforudset. Her er det vigtigt at lægge mærke til ordene; ”vant til”. Første gang man støder på noget nyt, er det helt naturligt at undre sig, men efterhånden som man møder det flere og flere gange, lægger man mindre og mindre mærke til det. Brown understreger imidlertid, at det er vigtigt at man, især som underviser i matematik, kan blive ved med at undre sig – man må kunne se det ualmindelige i det almindelige.

”One of the greatest gifts we can give ourselves is to locate the unusual and the extraordinary in the context of what we might previously have seen as humdrum. One of the most valuable sources of motivation is achieved when students are genuinely surprised by something they had anticipated otherwise”³¹.

I denne forbindelse nævner Brown, at det kan være frugtbart at anvende paradokser i matematikundervisningen i stedet for at sigte mod ”den gode klare forklaring”. Det kræver erfaring at kunne se det ualmindelige i det almindelige. Derfor bliver underviseren ofte nødt til at bidrage med sin undren over matematiske problemer.

Goldenberg påpeger, at den gode underviser skal være i stand til at påtage sig mange forskellige roller i den daglige undervisning. Ud over at bidrage med retning til undersøgelserne, rød tråd i undervisningen og undren skal han også være i stand til at optræde som mentor, forsker og teknisk konsulent. Som mentor skal han udgøre en slags inspirator og vejleder, som eleverne ser op til og lytter til. Pointen med at optræde som forsker er, at underviseren viser, hvordan et matematisk problem kan behandles. Underviseren skal med andre ord være god til at anvende en pegende gestus. I de mindste klasser vil det især være nødvendigt at pege på det abstrakte i det konkrete.

Det er vigtigt at eleverne bliver inddraget i det overordnede formål med undervisningen eller konkrete opgaver. Ellers kan undervisningen komme til at virke meningsløs og derfor uinteressant for dem. Med andre ord bør man i hvert fald holde sig for øje at:

”It is an important first step to provide some purpose and some overall vision of importance when someone who is knowledgeable stipulates a definition for a neophyte. When no purpose is offered, as in case of much mathematical exposition, then we put students in the position of receiving the definition as if the concept has been arbitrarily selected. It is difficult to imagine that arbitrary concepts are worth naming, no less exploring”³²

Undervisningen bør altså sigte mod, at eleverne i højere og højere grad selv bliver i stand til at:

- Ændre og udvide et problem

³¹ Brown m.fl. 1996. s. 356.

³² Brown 2001. s. 63.

- Opstille hypoteser
- Formalisere og generalisere gisninger

Derudover vil det være en kæmpe fordel, hvis eleverne er i stand til at anvende forskellige former for matematisk software i undersøgelserne, da de kan være med til at lette eleven for mange (tids)krævende udregninger i undersøgelserne. Samtidig kan de være med til at visualisere vinkler af undersøgelsen, hvilket kan være med til at åbne elevernes øjne for geometriens evne til kaste nyt lys på et problem.

Denne metode sigter i høj grad mod det, der i *Kompetencer og Matematiklæring* bliver beskrevet som tankegangskompetencer, idet den fokuserer på, at eleverne forud for selve løsningen af et problem stiller sig spørgsmål, der baserer sig på matematiske sammenhænge. Det kunne for eksempel være spørgsmål som:

”Would other tests be worth performing? Have my conjectures been shown before? Are they a direct consequence of a known relationship? Is a more general idea or more specific idea represented here?”³³

Med spørgsmål af denne type er vi allerede ved at være inde på metoder, man kan anvende til at åbne matematikken. Det bliver behandlet nærmere i det næste afsnit.

Den dynamiske matematik

Et godt udgangspunkt for en matematisk undersøgelse er som allerede nævnt at søge mere information. Brown fremhæver³⁴, at man kan løsne op for traditionelle, lukkede opgaver ved at undersøge konteksten, hvorefter man i bedste fald ikke kun står med ét men en række forskellige alternative indgangsvinkler. Det kan være vanskeligt de første gange man gør dette, da præsentationen af et problem kan være så indgroet i en, at man ikke umiddelbart kan forestille sig alternativer. Det er imidlertid vigtigt at udfordre det givne. En teknik til at løsne op er ”what-if-not-ing”, der blev præsenteret af Brown og Walter allerede i 1983³⁵.

Teknikken består af 5 trin, der hænger meget tættere sammen end den nedenstående opremsning af punkter giver indtryk af.

1. Vælg et udgangspunkt eller indfaldsvinkel
2. Lav en liste over egenskaber og kendetegn ved udgangspunktet

³³ Chazan, Daniel: ”Students’ Microcomputer-Aided Exploration in Geometry” i Brown & Walter 1993. s. 295.

³⁴ i Brown 1996.

³⁵ Brown & Walter 1983. s. 31-62.

3. Spørg hvad nu hvis det ikke hang sådan sammen til hvert af punkterne på listen
4. Forestil alternative vinkler eller problemer
5. Formulering eller opstilling af problemer ved at variere egenskaber og kendetegn
6. Problemanalyse

I matematikundervisning vil det som oftest være underviseren, der bidrager med et udgangspunkt eller indfaldsvinkel. Her er der en mulighed for at spore undervisningen i retning af de mål, man måtte sætte sig. Lad os tage en standardsituation fra en mere traditionel matematikundervisning.

222

+ 210

er en opgaveformulering elever ofte kan støde på i matematikbøger. Et svar kunne være 432, men der er mere.

Punkt 2 i modellen er i bund og grund en undersøgelse af problemets kontekst. Det er ikke sikkert, at man kan komme i tanke om så mange punkter til at begynde med, men det er selvfølgelig tilladt at føje flere til, efterhånden som man arbejder mere indgående med problemet. For eksemplet ovenfor ville nogle egenskaber være³⁶:

- det er et additionsstykke
- der er tale om to trecifrede tal
- resultatet af additionen er et tal med tre efterfølgende cifre (4,3,2)
- der er lige og ulige tal o.s.v.

Det tredje punkt hænger tæt sammen med både det foregående og efterfølgende punkt. Ved at sætte spørgsmålstejn ved en given sammenhæng eller egenskab vil der ofte dukke andre alternativer frem i relation til det oprindelige problem, som man så må føje til listen. I forlængelse af ovenstående problem kan man brede undersøgelsen ud. Man kunne for eksempel vælge at fokusere på resultatet af additionen:

- Hvad nu hvis det handlede om at addere to trecifrede tal og opnå et resultat med tre eller flere tal, der følger efter hinanden ?
- Hvad ville det største og det mindste resultat være, hvis man måtte bytte om på tallenes rækkefølge?

³⁶ Man kan naturligvis opstille mange andre alternativer. Jeg har valgt kun at nævne nogle stykker her for at eksemplificere.

- Hvad hvis det drejede sig om at finde det størst mulige antal resultater ud fra de to tal, hvis man måtte lave om på deres rækkefølge.

Ved at omformulere eller opstille alternative problemer i forlængelse af det oprindelige problem kommer tankegangskompetencen for alvor i spil. Det er især her, det flertydige element kommer ind. Det er især i denne fase at underviseren bliver nødt til at støtte eleven i at formulere og strukturere de informationer, der er kommet frem. Man kunne for eksempel stille nye problemer op som:

- Opstil andre regnestykker der giver 432.
- Opstil andre regnestykker med trecifrede tal, der giver et resultat med tre cifre, der følger efter hinanden som 432 eller 321.
- Omorganisér tallenes rækkefølge så du får det størst/mindst mulige resultat.
- Find så mange resultater som muligt ved at ændre på tallenes rækkefølge.

Det er værd at lægge mærke til, at der opstår en række nye problemer i forlængelse af de nye vinkler. Man kunne for eksempel spørge: Hvor mange 3-cifrede tal med cifre, der følger efter hinanden, er der? Dem kunne man selvfølgelig tage med på listen over egenskaber ved problemet og så begynde at stille spørgsmål ud fra dem.

Under punkt 5 bliver eleven nødt til at udvælge en vinkel eller problemstilling blandt de opstillede alternativer. Herefter skal der så formuleres et spørgsmål, det er værdigt at beskæftige sig med. Selve problemløsningen bliver først aktuel under punkt 5. Det er værd at lægge mærke til at selve løsningen reduceres til en løsning på et problem blandt flere. Der er mulighed for at komme til at arbejde med helt nye vinkler på et givet problem, og det er da heller ikke sikkert at der er nogen løsning på det. Det mener Brown kun er en styrke, for det er som allerede nævnt ikke alle problemer der har nogen løsning.

I forlængelse af, at man har løst et formuleret problem, er det vigtigt, at man ser tilbage på, hvordan man kom frem til løsningen. I denne forbindelse er det ligeledes vigtigt at vende tilbage til udgangspunktet, for at se om der kunne være et eller flere af de alternative vinkler, der kunne være med til at kaste nyt lys på problemet. Dette er vigtigt, fordi man herved tvinger eleven til at tænke på hvilke valg og forhindringer man er stødt på undervejs. Her styrkes elevens meta-kommunikative kompetence, hvilket vil gøre det lettere for eleven at forudse, hvordan han/hun vil reagere næste gang han/hun stilles over for et lignende problem.

Hele processen er med til at styrke elevens tankegangskompetence og evne til at matematisere, idet eleven hele tiden tvinges til at tænke over konsekvenserne og sammenhængene af hvert valg, der foretages. Øget opmærksomhed på, hvordan man reagerer i forskellige situationer,

kan måske også være et udgangspunkt for elevens selvopfattelse i et større perspektiv. Det er netop et af de spørgsmål Brown er stødt på i sit arbejde med matematik og humaniora:

"I am asking whether reflection about mathematical experiences can be used as a reasonable starting point (in conjunction to other areas) in order to encourage a kind of self-consciousness that is frequently ignored especially by those scholars who intentionally select that discipline as a means of avoiding the kind of confrontation with self I am suggesting³⁷

I forlængelse heraf er det vigtigt, at eleverne lærer af de eventuelle fejlslutninger, de kommer frem til. Underviseren kan evt. bede dem om at belyse problemet fra en anden vinkel, eller gennemgå processen med eleven for at få opklaret hvor og hvilke årsager der måtte være til "fejlen". Under alle omstændigheder er det vigtigt, at bruge fejlslutningen til noget positivt – det kan både være nye eksperimenter og ændring af grundlæggende misforståelser.

Underviseren kan også bevidst anvende fejl i sin undervisning. Man kan fx bevidst give for få informationer til, at man kan komme frem til en løsning, eller man kan bede elever konstruere en regulær 9 sided polygon, selvom man godt ved at det er umuligt i klassisk geometri. Ofte kan man få en god konstruktiv dialog ud af at diskutere hvorfor det ikke kan lade sig gøre, efter eleverne har forsøgt sig med at konstruere den.

Det er vigtigt, at eleverne lærer at udføre en matematisk undersøgelse, efterhånden som matematikundervisningen skrider frem. Det drejer sig bl.a. om at eleverne bliver mere og mere systematiske i deres undersøgelser, så de efterhånden selv kan se mønstre dukke op.

Matematisk software overtager som nævnt flere og flere af de krævende udregninger. Dette vil gøre det endnu lettere at strukturere og overskue indholdet af forskellige vinkler på et problem. Når først man har bygget en model af problemet op, vil det være let at undersøge andre aspekter ved blot at ændre en smule på et eller flere parametre. "Hvad sker der fx hvis der ikke står plus men minus her"? eller "hvordan vil ligningens graf se ud hvis der var tale om et negativt tal"? Kendskab til matematisk software vil altså være et stort aktiv i en problemformulerende tilgang til en moderne matematikundervisning, da man kan se resultatet af ens problemformuleringer med det samme.

Problemformulerende matematik og Fælles Mål

Hvis man ser på ovennævnte forslag til, hvordan man kan arbejde med en problemformulerende tilgang til matematikundervisningen, kan jeg ikke se at der skulle være noget i vejen for at anvende en sådan tilgang allerede i dag i forhold til de rammer *Fælles Mål* afstikker.

³⁷ Brown & Walter (red.) 1993. s. 265.

Hvis man arbejdede med ovenstående eksempel ud fra at lære fx en 3. klasse om addition, ville man nemlig opfylde en bred vifte af de bindende trinmål. Man kan fx fremhæve:

- ”Kende til de naturlige tals opbygning, herunder rækkefølger, (...) og titalssystemet.
- Behandle data
- Kende til eksperimenterende og undersøgende arbejdsformer
- Kende til problemløsning som et element i arbejdet med matematik
- Anvende forskellige metoder, arbejdsformer og redskaber til løsning af matematiske problemer
- Gennemføre eksperimenter og undersøgelser med sigte på at finde mønstre”³⁸.

Det er værd at bemærke, at en række af de centrale kundskabs- og færdighedsområder er involveret og indgår i et naturligt samspil i processen på samme tid.

Tilsvarende mener jeg ligeledes, at alle slutmålene for faget kan tilgodeses i en problemformulerende undervisning alt afhængigt af, hvilken vinkel underviseren lægger i oplægget. Der kan arbejdes med både tal og algebra og geometri og begge dele på en gang med en problemformulerende tilgang, samtidig med at anvendelsesaspektet hele tiden er på banen.

Problemer med problemformulerende matematik

Der er naturligvis en række problemer man bliver nødt til at tage i betragtning, før man kaster sig ud i at gennemføre en matematikundervisning med en problemformulerende tilgang. Tilgangen er ny og bryder radikalt med den traditionelle opfattelse af faget. Der er derfor ikke gennemført så mange undersøgelser af, hvordan det virker i et længere forløb. Det vil derfor kræve kritik og analyse og ikke mindst mod og fantasi før en sådan tilgang kan komme til at være det bærende for fx en overordnet læseplan i folkeskolen.

Som underviser kan det være svært at overholde kravene til læringsmiljøet og ikke mindst at ændre indstilling til problembehandlingskompetencen – fra at være fokuseret på løsning til kontekst. Derfor er der nok ingen tvivl om, at det vil kræve store ressourcer at uddanne lærere til at varetage en sådan undervisning. Det kræver også forståelse for, at man ikke kommer til at dække så meget stof, som man ellers ville have gjort, og kravet om anvendelsen af moderne teknologi i undersøgelserne, vil helt sikkert også være et problem. Det er imidlertid et krav, der allerede bliver stillet til undervisningen i dag.

Det er heller ikke sikkert, at alle elever vil tage mod denne tilgang uden at kæmpe imod. Det kan være krævende emotionelt at arbejde på denne måde, da eleverne uden tvivl kommer til at opleve større mængder frustration, end de har været vant til. Det stiller også store krav til underviseren, da denne i højere grad skal have kontakt med den enkelte elev, og passe på at privatsfæ-

³⁸ *Fælles Mål*. s. 14-15

ren bliver overtrådt. Det er dog min erfaring at eleverne er utroligt villige til at kaste sig ud i undersøgelser og emner, der bærer større præg af en humanistisk tilgang, end de har været vant til. Det er så spørgsmålet om det virker i et længere forløb.

... - og fordele

En af de største fordele ved at gennemføre en undervisning ud fra en humanistisk tankegang er, at der bliver taget udgangspunkt i eleverne. Læreren må udnytte deres naturlige nysgerrighed, til at skabe en optimal læring. Ved selv at lade eleverne arbejde med og strukturere matematiske undersøgelser kommer de til at opleve nogle af de centrale følelser, der er knyttet til det at lære. Herved får eleverne mulighed for at opnå indsigt i hvordan de reagerer i mange andre sammenhænge. At undervisningen ikke kan dække så meget stof, som man tidligere har set, behøver ikke være en ulempe, hvis indsigten i stoffet bliver øget. Her må man foretage en afvejning af kvalitet frem for kvantitet.

Det er også en kæmpe fordel at i højere grad man bliver øvet i at tænke på alternative vinkler og andre sammenhænge. Man kan sagtens overføre en problemformulerende metode til andre områder. Denne angrebsvinkel leder frem til større selvstændighed og den fleksibilitet og kreativitet i tankegangen, der er så efterspurgt i et moderne samfund.

Ved at arbejde med at udvikle elevernes evne til selv at formulere og opstille spørgsmål og problemer, kommer man i højere grad til at udvikle elevernes evne til at tænke og anvende matematik – dele af matematikken der mindst sandsynligt bliver overtaget af teknologien.

Konklusion

Det er nødvendigt at stille spørgsmål til den traditionelle måde at anvende problemer i matematikundervisningen. Den enkelte underviser må forsøge at overlade så meget af problemformuleringen til eleven som muligt, da man ellers vil tage en stor del af oplevelsen og glæden ved matematik fra eleven. At betragte matematik som noget kulturelt gør, at matematikken bliver mere tilgængelig og udfordrende, da flertydighed åbner op for nye tanker og ideer.

Ved at lade undervisningen være mere induktiv åbner man samtidig for det potentiale, der ligger i undersøgelsens kraft, hvis det vel at mærke er eleven der selv formulerer udgangspunk-

tet for undersøgelsen. Med en sådan grad af deltagerstyring åbnes der for, at eleverne kommer til at opleve processen som deres egen, hvilket giver en højere grad af engagement.

Sammenhængen mellem matematik og humanisme kan også vise sig at være frugtbar i andre sammenhænge end matematikundervisningen. Det vil være en klar fordel, hvis eleverne i højere grad kom til at opfatte den matematiske metode som en verdensåbner, der også kan anvendes i mange andre forbindelser. Underviseren vil også kunne drage fordel af de humanistiske erfaringer og fx anvende metaforer til at forklare vanskelige matematiske begreber.

Som nævnt vil det være muligt at gennemføre en undervisning med formulering og opstilling af matematiske problemer i centrum, samtidig med at kravene fra *Fælles Mål* bliver overholdt. Det handler bare om at underviseren tilrettelægger undersøgelserne så de placerer sig inden for de områder der skal tilgodeses ifølge *Fælles Mål*. Men som nævnt kræver det stort fagligt overskud og overblik fra underviserens side.

Metoden styrker som nævnt elevernes evne til at vurdere og se sammenhænge i matematikken. Herved opnår eleverne at se matematikken som en helhed og de forskellige aspekters mulighed for at underbygge pointer eller kaste nyt lys over undersøgelser. Det er netop en sådan sammensat forståelse der efterlyses i *Fælles Mål*³⁹, og kravet om at faget skal: ”*bidrage til den enkelte elevs personlige udvikling, og eleverne skal opleve og på nogle områder blive fortrolige med, hvordan faget giver dem handlemuligheder i praktiske situationer*”⁴⁰, må også siges at blive tilgodeset.

Problemformulering i skolen allerede i dag?

Der er faktisk en række tiltag i den danske folkeskole i dag, der peger på, at det kunne være en fordel for eleverne at have arbejdet med en eksperimenterende og problemformulerende tilgang til matematikken. En af anbefalingerne fra KOM-projektet er, at man bør indføre nye evalueringsformer, der sigter på; ”*hele spektret af matematiske kompetencer*”⁴¹. Man har allerede indført mundtlige prøver i forbindelse med folkeskolens afgangsprøve, og alle tilbagemeldinger både fra elever og lærere har været positive. Det bliver fremhævet, at prøven tilgodeser andre aspekter af faget end den skriftlige prøve, idet eleverne får mulighed for at: ”*sprogliggøre matematiktænkning, argumenter og løsningsmodeller*”⁴².

³⁹ *Fælles Mål* 2003 s. 71.

⁴⁰ *Ibid.* s. 65.

⁴¹ Niss m.fl. 2002. s. 172

⁴² Prøver Evaluering Undervisning (peu), <http://pub.uvm.dk/peu2003/html/chapter02.htm>. S. 4

Prøven skal tage udgangspunkt i et oplæg med åbne problemer stillet af underviseren, hvorefter eleven selv står for det videre arbejde. Der er her lagt vægt på, at man får et bredere billede af, hvor godt eleven er i stand til at tage stilling til undersøgelsesformer og resultater.

Noget helt nyt er, at man har forsøgt sig med en synopseksamen, hvor eleverne bliver eksamineret i et selvvalgt emne. På denne måde kan eleverne i højere grad fokusere på det rent matematiske og; ”i mindre grad ”forstyrres” af de praktiske forhold andre (lærebogsforfattere og lærere) har formuleret som afsæt for elevernes matematiske undren”⁴³.

Det er bemærkelsesværdigt så meget målene, der ligger til grund for dette oplæg minder om dem, der gør sig gældende i en problemformulerende matematik. Her tænker jeg især på at eleverne skal:

- ”Få øje på matematikken i hverdagen
- Stille spørgsmål og gå på opdagelse med matematikken
- Arbejde med (formulere og løse) matematiske problemer (...)
- Finde frem til relevante og evt. manglende oplysninger (...)
- Strukturere oplysninger på en sådan måde, at det giver overblik for en selv og andre”⁴⁴

Det ville under alle omstændigheder være en kæmpe fordel, hvis eleverne er vant til at arbejde med matematikken ud fra en problemformulerende tilgang, når de skal til den mundtlige eksamen. Tilbagemeldinger fra forsøgene med synopserne har også været meget positive. Især er elevernes engagement i forbindelse med fremlæggelserne noget der er blevet fremhævet: ”De var stolte over deres produkter. Vi lærer, censor og observatør var vidner til matematik med hjerteblod”⁴⁵.

Det er spørgsmålet om man ikke kunne drage fordel af en undervisning der svarer til denne nye eksamensform. I så fald vil man kunne tilgodese mange af de aspekter ved den nye eksamensform, der er blevet fremhævet som noget meget positivt af undervisere som Ib Trankjær:

”For mig er der fortsat ingen tvivl om, at netop den mundtlige prøveform, som vi i disse år benytter os af i matematik, er langt den bedste af de prøveformer, jeg har kendskab til. (...) Det er en form, der passer ind i tidens krav om at løse problemer i et fællesskab, hvor den enkelte kan bidrage efter evne. Og ikke mindre vigtig giver formen eleverne gode muligheder for at vise, hvordan de arbejder med en problemstilling, hvor de skal benytte al deres matematiske kunnen og viden”⁴⁶

⁴³ Ibid. s. 7.

⁴⁴ Ibid. s. 8.

⁴⁵ Ibid. s. 8.

⁴⁶ Trankjær, Ib: ”Afgangsprøven” i Matematik, Nr. 5. September 2002, 30. årgang. S. 11.

Litteraturliste

Brown, Stephen I. & Walter, Marion I.: *The Art of Problem Posing*, The Franklin Institute Press. Philadelphia, 1983.

Brown, Stephen I. & Walter, Marion I. (red.): *Problem posing – reflections and applications*, Lawrence Erlbaum associates, Inc., Publishers, Hillsdale 1993.

Brown, Stephen I.: "Posing Mathematically: A Novelette" i Brown m.fl. *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education*. Heinemann, Portsmouth 1996.

Brown, Stephen I. : *Reconstructing school mathematics: problems with problems and the real world*, Peter Lang Publishing, 2001.

Chazan, Daniel: "Students' Microcomputer-Aided Exploration in Geometry" i Brown & Walter 1993.

Fælles mål: faghæfte 12 – Matematik, Undervisningsministeriets Forlag, 2003.

Goldenberg, E. Paul: „On Building Curriculum Materials That Foster Problem Posing“, i Brown & Walter (red.) 1990.

Gregersen, P. & Jensen, T. Højgaard: "Kapital 2" i; *Problemløsning og modellering i en undervisningssammenhæng*, 1998.

Kjørup, Søren: *Menneskevidenskaberne – problemer og traditioner i humanioras videnskabsteori*. Roskilde Universitetsforlag, Frederiksberg 1996.

Matematik Faghæfte 12, Undervisningsministeriets forlag, København 1995.

"Matematisk tekstbehandling i grundskolen" på <http://www.emu.dk/gsk/fag/matematik/jan042.html>

Niss, Mogens m.fl: *Kompetencer og matematiklæring*, Undervisningsministeriets forlag, 2002.

Prøver Evaluering Undervisning, <http://pub.uvm.dk/peu2003/html/chapter02.htm>.

Trankjær, Ib: "Afgangsprøven" i Matematik, Nr. 5. September 2002, 30. årgang.

Whitin, David J.: „Number sense and the importance of asking „why?““ i Brown & Walters 1993.

Wenneberg, Søren Barlebo: *Socialkonstruktivisme – positioner, problemer og perspektiver*, Samfundslitteratur, Frederiksberg 2000.