

SKITSE TIL
ET UNDERVISNINGSFORLØB
FOR CA. 1.-7.KLASSE

"Det eneste der er stort nok til at beskrive naturen, er naturen selv"
Gödel

Dette specialeemne er lavet af tre 1. årgangsstuderende med henblik på deres eksamen i grunduddannelsesfaget matematik i foråret 1996 på Frederiksberg Seminarium. I denne udgave er opsætningen ændret og nogle trykfejl er korrigeret, men i øvrigt er det de studerendes værk.

I min kritik af opgaven nævnte jeg at under **simple former** savnede jeg sæbebobleblæseri, flade- og gitterkonstruktioner samt stabilitet.

Med hensyn til de studerendes definition af en isometri kan man se at den arkitektmæssige synsvinkel ligger til grund. I matematik betyder isometri ens mål og det kan defineres som $d(x,y)=d_1(f(x),f(y))$, hvor d og d_1 er distance mål og f er den funktion der „flytter” punkter fra det ene domæne til det andet. I de fleste fremstillinger kræver man tillige at $d=d_1$.

Endelig synes jeg, at den allersidste sætning i besvarelsen strider mod Kellys axiom om menneskelig erkendelse.

Alligevel er det en fantastisk flot opgavebesvarelse du skal til at læse. Den er et vidne om kvalitet i læreruddannelsen.

God fornøjelse.

Indhold:

Emnebegrundelse	s. 2
Problemformulering og overvejelser vedrørende Læseplanen	s. 3
Hvad er geometri?	s. 5
Overordnede psykologiske, pædagogiske og didaktiske overvejelser	s. 6
Undervisningsforløb	s.10
Det nye undervisningsforløb	s.10
Undersøgelse af elevernes forståelse af geometriske begreber	s.10
Hvad er geometri - en indføring i geometriens muligheder	s.12
Introduktion til euklidisk og sfærisk geometri	s.12
Opbygning af polygoner	s.13
Trekanter	s.14
Cirklen	s.15
Rumgeometri	s.16
Introduktion: et rumgeometrisk spil	s.16
Simple former	s.18
Fra plan til rum - udfoldning	s.19
Fra rum til plan - og rum igen	s.20
Aksonometriske tegninger: Isometri	s.20
Kuglen	s.21
Indføring af parallelitetsbegrebet	s.21
Perspektivtegning	s.22
Projektarbejde	s.23
Værksted	
Arbejdstegninger	
Isometrisk tegning	
Perspektivtegning	
Arkitektbesøg	
Fremlæggelse	
Evaluerings af projekt	
Afsluttende kommentarer til hele undervisningsforløbet	s.25
Generelle afsluttende betragtninger	s.26
Litteraturliste	s.27

Emnebegrundelse:

• I den nye folkeskolelov har geometrien fået en mere central placering. I “Centrale kundskabs- og færdighedsområder” står der bl.a., at

- *“Geometrien rummer gennem visualisering særlige muligheder for at opnå indsigt i faget og for at støtte problemløsning.”*
- *“I situationer, hvor fagets begreber og metoder anvendes sammen med andre fag, får eleverne lejlighed til at opleve matematikkens rolle i bredere sammenhænge.”*
- *“Gennem beskæftigelse med det matematiske modelbegreb opnås erfaring om matematikkens muligheder og begrænsninger i praktiske situationer.”*

Herved er geometrien blevet et meget bredere felt, der ikke kun kan bruges i matematik, men også i alle andre fag samt alle mulige andre situationer både i og uden for skolen. Det er en af vores væsentligste grunde til at arbejde med et felt, der førhen har været en anelse forsømt.

• At der ikke har været lagt særlig vægt på geometri i folkeskolen, har også betydet, at de muligheder, der ligger i geometrien som redskab, ikke er blevet lært og udnyttet. Nemlig at bruge geometrien som visuelt redskab, der kan bruges, der hvor den sekventielle tankevirksomhed ikke længere kan overskue problemet.

• I januar ‘96 var vi i praktik i en 2.klasse, hvortil vi udarbejdede et geometriforløb til matematiktimerne i de tre uger, vi var der. Midtvejs lavede vi en slags rapport med de erfaringer, vi havde gjort os, og med de ændringer vi synes, der skulle gøres. Men allerede halvanden uge senere, da vores praktik var færdig, var vi blevet væsentligt klogere. Ud fra nogle af de erfaringer og tanker vi gjorde os, vil vi bygge det ny undervisningsforløb i dette speciale.

Problemformulering og overvejelser vedrørende Læseplanen:

Ud fra vores idéer om hvad geometri er, ønsker vi at lave et undervisningsforløb, der koncentrerer sig om det, vi kalder den ideelle geometri. Ved den ideelle geometri mener vi en geometri uden tal, som har den fordel at kunne behandles af folk, der har svært ved det med tallene.

Den euklidiske geometri, der ofte praktiseres i folkeskolen (dette ses i flere lærebogssystemer), tilstræber i høj grad at oparbejde et formelt-operativt beredskab af færdigheder til brug af beregninger af forskellige størrelser som vinkler, areal, rumfang samt afbildninger (drejninger, spejlinger, forskydninger), ofte med opgaver der tilstræber et facit. Dette er der ikke noget galt i, blot det ikke er det eneste.

Men i den nye Folkeskolelov, hvor geometrien har fået en mere rummelig plads, lægges der op til en dybere og bredere forståelse af geometri erhvervet gennem eksperimenteren og opbygning af egne algoritmer.

Så hvorfor ikke gå den anden vej rundt og starte med elevernes egne eksperimenter med former og figurer, og der igennem lade dem selv finde ud af de aksiomer, der gælder, for derefter på et senere tidspunkt at koble det formelle på.

- I Læseplanen for begyndertrinnet står der:

”Geometrien indledes med iagttagelser af og samtaler om dagligdags ting og billeder heraf. I arbejdet indgår bygning af modeller og gengivelse af virkeligheden ved tegning. I den forbindelse inddrages geometriske betragtninger om form, symmetri og størrelsesforhold”

Disse områder behandler vi i den første del af vores undervisningsforløb. Vi har som før nævnt ikke ønsket her i opgaven at sætte fokus på tallene, men valgt at koncentrere os om de forskellige geometriske elementer og aksiomer, som er en vigtig side af geometrien. En eksperimenterende arbejdsmetode, der ender med nogle almengyldige regler/aksiomer, er grundlæggende for videre geometrisk arbejde, hvor også tal inddrages. Derfor er den god på begyndertrinnet, hvor man ikke bør blande for mange ting oven i hinanden, men udelukket koncentrere sig om former. Dog ønsker vi hele tiden at se matematikken i et generelt helhedsperspektiv, der ikke blot er matematisk. Hvad vi dog synes mangler i denne del af Læseplanen er arbejdet med andre geometrier. Vi mener, at det 20. århundredes har rykket ved den klassiske geometris verdensbillede, og derfor er det på sin plads i nutidens skole at lægge kimen til nogle af de geometriske opfattelser, som bruges og vil blive brugt til at forstå og beskrive vort univers. Man

kunne også gøre de indledende skridt ind i fraktal- og hyperbolsk geometri. Her har vi valgt at behandle sfærisk geometri, fordi vi mener, det vil skabe forståelse for at rette linier opfører sig forskelligt alt efter, hvilken geometri man befinder sig i. Dette vil lette forståelsen for arbejdet med perspektivtegning senere.

På mellemtrinnet i Læseplanen står der:

“Eleverne arbejder med iagttagelse af fysiske objekter fra dagligdagen, bygning af rumlige modeller og eksperimenter med konkrete materialer.

Heri indgår: Tegning, beskrivelse og tolkning af figurer tegnet i et plan som en arbejdstegning, isometrisk tegning, indledende iagttagelser vedrørende perspektivtegning, forskellige kulturers metoder til at angive dybder i billeder. Sammen hænge mellem tegningen og det afbildede objekt undersøges. I undersøgelserne indgår: Grundlæggende principper og begreber som størrelsesforhold og linjers indbyrdes beliggenhed, herunder begreber som vinkel og parallelitet, vurdering af de enkelte tegnemethoders anvendelighed til beskrivelse af form og afstand.

Tegningen opfattet som en model af virkeligheden kan også danne udgangspunkt for indledende overvejelser om brugen af matematiske modeller. Eleverne udvikler deres sprogbrug herom med inddragelse af geometriske begreber. Gennem aktiviteter med selvvalgte og standardiserede enheder udbygger eleven sit kendskab til målingsbegrebet. Der arbejdes med: Måling og beregning af omkreds, flade og rum, metoder til bestemmelse af areal ud fra geometriske iagttagelser, fx. at eleverne ræsonnerer sig til, at arealet af en trekant er halvdelen af en til svarende firkants areal.”

Som det ses i mellemtrinnets læseplan blander man meget tal og geometri - og det er jo fint! Men vi har i vores skitse lagt vægt på kun at arbejde med geometri og ikke direkte inddrage tal. Derfor er der punkter fra læseplanen, der i vores undervisningsforløb ikke vil blive berørt. Men vi vil i praksis, hvor det er oplagt, naturligvis inddrage måling og beregning. Idéen er også, at jo højere klassetrin vi befinder os på, jo mere vil tal, geometri og alle andre matematiske begreber indgå i en generel helhedsforståelse. Men i denne opgave vil vi kun lægge vægt på de geometriske principper.

Hvad er geometri?

Geometri kan opfattes oftest som en række discipliner med der til hørende regelsæt. Men den er også et redskab til at beskrive naturen, som vi gerne vil forstå, kortlægge og strukturere. Den er et nyttigt værktøj, hvormed vi forsøger at beskrive universet, og vi vælger at bruge de forskellige geometrier, alt efter hvad der er mest hensigtsmæssigt i den pågældende sammenhæng.

Den "ideelle" geometri er bygget på intuition, den er visuel, noget alle kan være med på med kun mindre intellektuelle anstrengelser. Både børn, der jo allerede som ganske små leger med "put-i-hul-klodser", og voksne, der har svært ved det abstrakte. Dvs. geometri er det "at indse" idéen, metoden og helheden, at have det store forkromede overblik, at overskue beliggenhedsforholdene og danne sig et idealbillede.

Geometrien udmærker sig som værende ikke blot en disciplin i matematikken, men et redskab der kan bruges der, hvor den sekventielle tankevirksomhed (algebraen) ikke længere kan overskue problemet. Her slår synet til og tanken bliver visuel.

Traditionelt set opfattes geometrien som studier af det fysiske rum. Men det er også studier af ethvert abstrakt rum. Den moderne videnskab har skabt behov for at operere i flere dimensioner end blot de tre håndfaste, vi traditionelt kender.

Fra det klassiske Grækenland kender vi den euklidiske geometri, som op til århundredeskiftet har været den dominerende overalt. Det er den stadigvæk i almindelighed i vores græsk inspirerede kultur, hvor vi bruger den til at tegne modeller af virkeligheden ned på papir. Men inden for videnskaben er der med opløsningen af vores traditionelle verdensbillede opstået behov for andre geometrier til at beskrive vort univers. Her er det så bl.a. den sfæriske, den hyperbolske og den fraktale geometri har fået en mere central plads.

Vi ser muligheder for at lægge kimen til en bredere, almen geometriforståelse ved også at inddrage andre geometrier sammen med den euklidiske. Vi har valgt at arbejde videre med den sfæriske geometri, da det er den første, man umiddelbart opdager, når man løfter blikket fra papiret.

Undervisningsmæssigt kan geometri opfattes på mange måder. Hans-Joachim Vollrath har samlet følgende opfattelser:

- Den systematiske opfattelse, hvor man ser geometrien som forråd af strukturer og aksiomatiske teorier. Her sker aksiomatiseringen lokalt deduktivt ved at eleverne definerer begreber.
- Den heuristiske, hvor geometrien optræder som et problemfelt. Man transformerer problemerne via kreativ tænkning. En slags "Skab-selv-problemerne"-opgaver.

Forfattet af Lotte Engholm-Hansen, Rasmus Fog-Petersen og Henrik Aatoft.

- Den naturfilosofiske opfattelse, hvor man matematiserer elevernes omgivelser og eksperimenterer med dagligdagen og naturens geometriske objekter. Der diskuteres sammenhængen mellem geometri og virkelighed.

- Den praktiske opfattelse, hvor geometrien er beslutningsgrundlag for handling. En praktisk og teknisk opfattelse, hvor man opererer med værktøjer. Meget erhvervsfagligt.
- Den kultur-historiske opfattelse, hvor man ser på de historiske udvikling af problemer og deres løsninger og søger at tolke dem i en social, historisk og filosofisk sammenhæng. "Godt for hvem den sterilt fremstillede matematik har været en skuffelse." (Toeplitz)
- Den æstetiske opfattelse, hvor man iagttager og analyserer former i naturen, arkitekturen og i kunsten.

Overordnede psykologiske, pædagogiske og didaktiske overvejelser:

Allerede ved århundredets begyndelse påviste man, at undervisning bygget på elevernes egen aktivitet, læggende vægt på kreative momenter giver bedre resultater end mekanisk opgaveløsning og terperi.

Inden for kognitionspsykologien og pædagogikken skal særligt nævnes Piaget, Vygotsky, Dewey m.fl. som videreudviklede teorier om den menneskelige erkendelses udvikling, og som siden 70'erne har været tilgængelige og obligatoriske i ethvert seminariums lærebogspensum.

På trods af det ser man alligevel i gængse matematikbogssystemer tendenser, der peger mod, at hvis man gentager en proces, det være sig opgaver eller andre fastlagte forløb, tilstrækkelig mange gange, så vil man til sidst forstå det og have opnået erkendelse om problemet. Dette skyldes nok især den påvirkning fra en anden gren af psykologien nemlig behaviorismen som især i USA, men også i Danmark, har haft en væsentlig indflydelse på opfattelse af metodik i folkeskolen siden 50'erne.

Skal vi se på matematikken i den danske folkeskole, er det nærliggende at se på resultaterne af denne undervisning i en seminarieklasser fx. hold 95-4 på Frederiksberg Seminarium. De fleste var ved studiestarten i stand til at bruge et vist vokabularium af regnefærdigheder. Men at bruge matematikken som eksperimentelt, kreativt værktøj syntes svært, og i øvrigt var alle de sværere ting og formler fra gymnasiet glemt. Går man uden for de højere læreanstalter kunne man godt forestille sig at tilstanden så værre ud.

Det er en meget forenklet fremstilling af problematikken, og at komme ind på de dybere årsager til denne tilstand vil her være for omfattende.

I vores matematikundervisning vil vi tilstræbe en metode, som bygger på elevernes færdigheder opnået gennem en helhedsforståelse, bygget på arbejde og eksperiment med problemstillinger, der skabes i en dialog med læreren. Dermed ikke være sagt, at vi vil inddrage én speciel teori; dertil er vores teoretiske fundament for fragmentarisk. Vi håndplukker hist og her, hvor vi synes, der er sund fornuft at hente (Kunne man kalde det

Vejledning, korrektur og sats af Steen Grode.

“pragmatisk eklektisme”?). Findes der overhovedet nogen teori eller model der præcist beskriver tingenes ideelle tilstand?

Psykologi.

For Piaget er det væsentligste for erkendelsens udvikling, det at gøre noget ved ting, dvs. handling med omgivelserne - operation kalder han det - og dette er vigtigere end de teoretiske forestillinger, man gør sig om tingen og forståelsen af, hvad tingen er. Høynes eksemplificerer det med et parallelogram, som omformes (operation/handling) til et rektangel eller to trekantede. Derved konstrueres specielle kundskaber ud fra specielle handlinger.

Piaget siger, at børns kognitive udvikling kan inddeles i stadier. Vi arbejder i vores undervisning med børn fortrinsvis i den konkret-operationelle periode, der kendetegnes ved at kunne tænke logisk, kategorisere, forbinde årsag og virkning og så småt begynder at operere med abstrakte begreber. Barnet kan tænke reversibelt (frem og tilbage) samt opstille hypoteser, om hvad man kan gøre med en ting, dvs. tænke kreativt. Forudsætningen for logisk tænkning er, at noget er konkret tilstede. Erkendelsen sker via adaptationsprocessen (assimilation \Leftrightarrow akkommodation).

Sprog.

Sprog og tanker er ifølge Vygotsky to sider af samme sag og forudsætningen for hele vores begrebsudvikling. Sproget er et system af tegn, der udtrykker begreber og tanker i form af fx. lyde, fagter, tale og skrift.

Sproget er dialektalt præget af den tid og de omgivelser vi befinder os i.

Det sprog barnet bruger umiddelbart (dets sprog af 1. orden) udtrykker den aktuelle udviklingszone og barnets egen problemløsningsmetode. For at komme videre bruges dette som oversættelsesled for at nå videre ved siden af det sprog, der er knyttet til det nye sprog, der skal forstås, indlæres eller løses (sproget af 2. orden).

Dette vil vi forsøge at tage højde for i vores små indlæringsprojekter v.hj.a. dialogen som en central faktor i vor undervisning.

Begrebsdannelse

Endvidere kan der gøres en masse overvejelser om begrebsdannelsens karakter. Oftest sker en begrebsdannelse baseret på erfaringer fra konkret beskrevne, videnskabelige eksperimenter, der bliver eksemplariske for senere regler; altså en empirisk arbejdsmetode og begrebsdannelse. (Fx. undersøger man tre buketter blomster med syv blomster i hver buket og konstaterer at man har 21 blomster. Altså er $3 \times 7 = 21$...og sådan er det hele vejen!).

Denne begrebsdannelse kan have sin begrænsning, idet man møder en opgave, hvor det pågældende empirisk dannede begreb opleves i en anden sammenhæng. Derfor vil en mere generel og teoretisk begrebsdannelse i visse sammenhænge være hensigtsmæssig.

Fx. i multiplikationseksemplet, hvor begrebet i stedet for kunne indlæres generelt og teoretisk v.hj.a. transformationer af det overordnede begreb “størrelser” (fx. v.hj.a. Cuissenaire-klodser)(jvf. Davydow). Man forsøger at møde transformationsbegrebet generelt i mange sammenhænge.

Man kan søge en vekslen mellem empirisk og teoretisk begrebsdannelse.

“Hvis et barn lærer at arbejde med ti-talsystem uden at indse, at det er et system af mange mulige så behersker det ikke systemet men er bundet af det”(Vygotsky).

Denne vekselvirkning mellem generel, teoretisk og specifik, empirisk begrebsdannelse tilstræber vi at bruge fx. i opbygningen af polygonbegrebet.

Men undervisning handler jo ikke kun om at “presse citronen” - det må også godt være behageligt!

Pædagogik.

Dewey siger, man skal bygge undervisningen på elevernes erfaring, som har betydning for deres forståelse af Verden og er udgangspunkt for deres måde at møde Verden på.

Hvis man får det, Dewey kalder negative erfaringer, sker en blokering for at få nye erfaringer, og processen går i stå, mens man med positive erfaringer danner muligheder for yderligere vækst.

Dewey mener desuden, at formålet med livet er vækst, og demokrati er alles ret til vækst. Vækst opnås gennem et samspil mellem indre og ydre vilkår, og det er det, skolen skal få til at fungere i praksis. Skolen skal være så tæt på en reel situation som muligt, dvs. total fagisolation skal undgås, og indlæringen skal fortsætte efter skoleforløbet i al evighed (amen!).

Børn har en naturlig nysgerrighed og social regulering, der gør, at de instinktivt forstår almene regler. Dermed mener han, at vi i skolen ikke skal have traditionelle klasser, men derimod det han kalder sociale grupper, hvori læreren også indgår som en ligeværdig “sparringspartner”.

Loven.

I §18 i folkeskoleloven stk.1 står der: “*Undervisningens tilrettelæggelse, herunder valg af undervisnings- og arbejdsformer, metoder, undervisningsmidler og stofudvælgelse skal i alle fag leve op til folkeskolens formål og varieres, så den svarer til den enkelte elevs behov og forudsætninger.*”

Det er, hvad der ligger i begrebet undervisningsdifferentiering.

I stk. 4 står der: “*På hvert klassetrin og i hvert fag samarbejder lærer og elev løbende om fastlæggelse af de mål, der søges opfyldt. Elevens arbejde tilrettelægges under hensyntagen til disse mål. Fastlæggelse af arbejdsformer, metoder og stofvalg skal i videst mulige omfang forgå i samarbejde mellem lærerne og eleverne.*”

I dette lægges der op til demokratisk samarbejde og dialog lærer og elev imellem.

Projektarbejdsformen.

Til opfyldelse af denne paragraf er projektarbejdsformen en oplagt løsning. Men som folkeskolen ser ud i dag med de snævre faggrænser og 45-minutters-lektioner, kan det være svært at lave ideelle projektforsløb.

Projektarbejdsformen kendetegnes ved følgende:

- Udgangspunktet er elevernes erfaring.
- Ideelt set bør eleverne selv vælge emnet.
- Arbejdet er præget af tværfaglighed og deltagerstyring.
- Der lægges vægt på både proces og resultat i en helhed.
- Problemformuleringen er det grundlæggende; derefter kommer de forskellige arbejdsprocesser og til sidst et resultat. Og ikke omvendt!
- De ting, man kommer omkring i projektarbejdsformen, er eksemplariske i forhold til andre sammenhænge.

Projektarbejdsformen både udvikler og forudsætter elevens medansvar, samarbejde og nysgerrighed, og lærerens forskellige funktioner er her vigtige.

Betragtninger om lærerens rolle.

Lærerens rolle er at være en formidler med et fagligt overblik og en smidighed. Det vigtigste er at møde sin målgruppe, der hvor de er.

Vi anser sproget som et af de vigtigste redskaber til at nå vores målgruppe - børnene. Hvis barnet møder et formelt matematisk symbolsprog i de tidligere år, vil det måske nok være i stand til at lære det udenad, men ikke til at tolke det og strukturere det i bevidstheden. Dermed ikke være sagt at man skal negligere det formelle fagsprog, det er jo det, det handler om: At eleverne lærer at forstå og gøre sig forståelig overfor omverden.

Det er værdifuldt for læreren at kunne tage udgangspunkt i barnets allerede rigt funderede, men måske ikke så velstrukturerede begrebsverden. Lade det selv være med til at udvikle denne, for så med tiden at tilstræbe en mere formel term.

En anden vigtig lærerfunktion er den dialogiske og reflekterende. Vi oplevede i vores praktik mange situationer, hvor vi i vores samtaler med eleverne så helt andre interessante facetter til belysning og løsning af problemer, end vi i vore facitorienterede hoveder havde forestillet os.

For at udvikle ny erkendelse og dermed omstrukturere sit konstruktionssystem skal man vælge at ville erkende og omstrukturere. Det er et valg hver enkelt elev skal gøre, men til dette er det vigtigt med lærerens støtte, forståelse og vejledning. Det kræver så ligeledes at læreren har valgt at forstå eleverne og om strukturere sine opfattelser af dem (Kelly).

Undervisningsforløb

I januar måned lavede vi et geometri undervisningsforløb for anden klasse.

Vi tog udgangspunkt i deres erfaring med geometri, som de havde fra hjemmet, børnehaven og andre sammenhænge.

Undervisningen formen vekslede mellem meget frie rammer (de eksperimenterede med begrebet) og snævre rammer (vi lærte dem om begrebet).

Den erfaring, vi fik ved at arbejde sammen med klassen, gav os et indblik, i hvordan man kunne skabe nogle fleksible rammer, hvor den enkelte elev kan få formaliseret sin begrebsforståelse, når behovet opstår.

Vi har naturligvis inddraget mange af de erfaringer, vi har haft i praktikken i den første del af vores undervisningsforløb.

Som omtalt i problemformuleringen har vi lagt vægt på:

- Først at køre en forholdsvis stram undervisning, hvor nogle grundlæggende aksiomer bliver slået fast.

- Siden hen at løse op og lade den eksperimenterende projektform, hvor lærerens indflydelse bliver mindre og rammerne dermed viddere.

Det her skitserede forløb kan selvfølgelig se noget stramt ud, men skal hele tiden ses ud fra vores idéer omkring lærerens rolle som vejleder, hvor elevens medbestemmelse i enhver situation vil kunne ændre meget.

De i praktikken afprøvede punkter er mere omfattende beskrevet i undervisningsforløbet. (Efter hvert punkt vil der være et omega-tegn (Ω). Her har vi skrevet forskellige overvejelser til det pågældende punkt.).

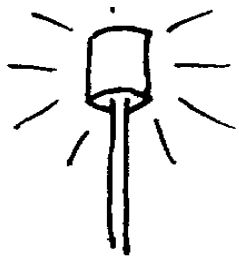
Det nye undervisningsforløb - en skitse til geometri 1.-7.kl.• Undersøgelse af elevernes forståelse af geometriske begreber.

(Afprøvet i praktikken).

Her ønsker vi at undersøge børns begreb om geometri.

Dette gøres ved først at gå en tur ud i Verden for at se på de forskellige former, vi omgiver os med. Læreren guider hensigtsmæssigt, så vi når omkring mange forskellige objekter. Hele tiden vil vi tilstræbe at lade børnene selv beskrive, hvad de ser formuleret i deres sprog (En aflang rund = et blad eller en lygtepælsstang).

Hjemme igen beskrives, hvad der blev set v.h.j.a tegning, snak i klassen og to-og-to samtale.

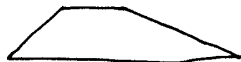
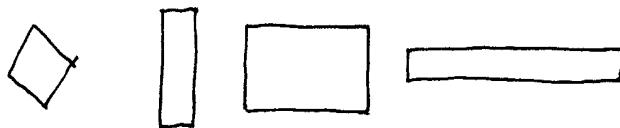


I vores praktik gjorde vi noget tilsvarende. Deres begreber om firkanten kan eksempelvis illustreres således:



- Dette er firkanter!
Alle er enige.

- Dette er firkanter!
En del er enige.



- Dette er firkanter!
Få er enige.

Af denne undersøgelse udledte vi, at de alle havde nogle begreber for forskellige geometriske figurer, såsom trekant, firkant, cirkel og flere. De havde allerede opbygget et fundament til den videre operative formalisering af begreberne, men også til en bredere forståelse. Deres opfattelser var meget forskellige. Nogen havde en forholdsvis dyb forståelse, andres var mere overfladisk.

Ω Hvorfor denne undersøgelse? Fordi vi som udgangspunkt vil se på, hvor børnene står - og hvad de forstår - for hele tiden at have dem med - alle sammen. Dette er vores udgangspunkt i opbygningen af en almen, teoretisk begrebs-forståelse af geometrien: **Hvordan tænker børnene?** Men vigtig er også udviklingen af vores lærerens begrebsforståelse. Hvordan kunne begrebet firkant også opfattes, og hvordan bruger vi det.

• Hvad er geometri - en indføring i geometriens muligheder.

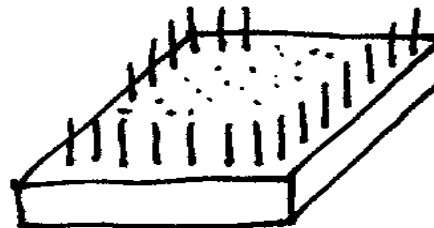
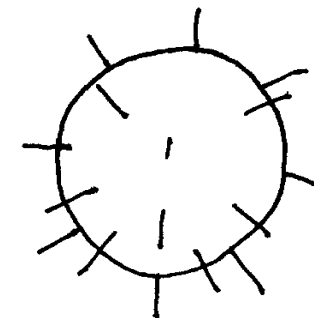
En indføring - fortalt levende som en historie - hvor man kunne komme ind på: Gamle grækere, Kaspers egypterhistorie, gulvtæppe indkøb, fraktaler, Pythagoras, nogle geometriske legetøj og spil. Man kan her ende i små filosofiske betragtninger om geometri.

Ω Dette er et view over, hvad geometri er og kan bruges til, der gerne skulle besvare nogle af elevernes "hvorfor-skal-vi-det-spørgsmål". Det er en slags begrundelse, argumentation og motivation for dette talløse felt af matematikken. Dette vil i øvrigt være noget, man løbende bør gøre.

• Introduktion til euklidisk og sfærisk geometri.

(Afprøvet i praktikken, dog uden den sfæriske del). Dette er en leg- og fantasifase, hvor opgaven lyder: Lav forskellige figurer og mønstre. Tegn. Kategoriser. Dialog med makkeren om dine figurer og din kategorisering. Rekvisitter: Søbræt og "morgenstjerne" (kuglesøbræt) Elastikker Blankt papir og blyant.

Ω Formålet med denne fase er, at lade eleverne selv blive bevidst om, at figurerne kan kategoriseres ud fra deres ligheder og forskelle. Dermed ønsker vi at stille mod en fælles sproglig kategorisering, så vi ved, at vi taler om det samme. Dette forventer vi ikke at opnå endnu, derfor vil der blive arbejdet videre med denne begrebsdannelse senere.



Vi har valgt at inddrage både kugle og søbræt, for at belyse ens principper brugt i forskellige geometrier. Med henblik på senere undervisning, hvor vi vil komme ind på forskellige modeller til beskrivelse af Verden (bl.a. perspektivtegning), ser vi det som hensigtsmæssigt allerede nu at arbejde parallelt med de to geometrier.

• Opbygning af polygoner.

(Afprøvet i praktikken).

Vi går nu over til at beskæftige os med polygoners opbygning ud fra den euklidiske geometri.

- Vi kalder cuissenaireklodsens kant for en kant i et polygon. Man tager en klods og kører fingeren fra den ene ende til den anden: "Dette er en kant".

- Eleverne skal nu konstruere forskellige figurer, hvor reglen er: De er lukkede, og at der må ikke være små ender der "stikker ud".

- Tegn dem på blankt papir.

Læreren vil "håndhæve de ovennævnte reglerne", men samtidig animere alle til at bruge forskellige størrelser klodser.

- Snak om:

- Hvad ændring af en hjørnespids betyder for de andre hjørnespidser (vinkler).

- Om det er en firkant, man har, hvis man tager fire klodser, hvor de to er lagt i forlængelser af hinanden.

- Måske kommer man ind på, hvordan fire ens klodser og to par klodser opfører sig i forhold til hinanden (romber, parallelogram).

Rekvisitter: - Cuissenaireklodser. (Vi har valgt cuissenaireklodserne, fordi vores elever kender dem i forvejen fra undervisning i talforståelse; andre lignende ting kunne være brugt.)

- Papir og blyant

Ω Matematisk vil dette bringe forståelse for polygonens opbygning. Metoden er lidt formalistisk, men vi anser den for nødvendig for at få skabt grundlag for en fælles begrebsforståelse. Dette er nødvendigt når vi siden hen skal arbejde videre i lidt friere rammer. I praktikken kunne vi efter dette forløb konstatere, at alle nu var enige om, hvad en firkant var (jvf. s. 12).

I praktikken startede vi med nogle meget faste rammer. Eleverne skulle først tage fire ens klodser og konstruere figurer. Det var her, vi erfarede, at med denne instruks kunne der komme meget andet ud af det end de romber og kvadrater, vi ønskede. Vi valgte da at tilfredsstille vores intentioner ved at give nye instrukser om, at figurerne skulle være lukkede figurer, og at ingen ender måtte stikke ud. Denne stramme form medførte, at alle var med fra starten, hvilket vi så som en fordel på dette tidlige trin.

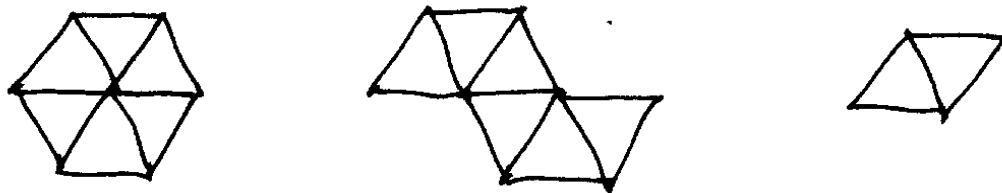
Dette var vores valg, som selvfølgelig kunne diskuteres. Skulle vi i stedet for at have givet yderligere instrukser have arbejdet videre ud fra elevernes "nyskabte" firkanter? Dette vil i givet tilfælde kræve både pædagogisk og fagligt overblik samt mod og en vis undervisningserfaring. Men der er da håb for os - allerede nu føler vi os bedre rustede, end vi gjorde i praktikken for blot fire måneder siden.

• Trekanter.

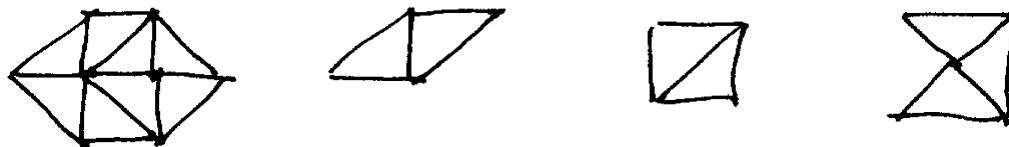
Trekantspuslespil til at konstruere andre polygoner/mønstre.

(Afprøvet i praktikken).

Først klipper eleverne ligesidede trekanter ud af fortrykt, farvet karton. Af disse dannes der figurer efter reglen: Alle trekanterne skal have mindst en af siderne til at røre ved en anden side. Figurerne aftegnes på blankt papir og de yderste kanter, dvs. omridset tegnes op med en tuschstreg; de indre kanter tegnes op med blyant.



Dernæst klipper man ligebenede, retvinklede trekanter ud. Der dannes og optegnes figurer som før.



Til sidst laves figurer af begge slags trekanter. I vores praktik endte vi med at eleverne lavede små opgaver til hinanden: Konstruér et polygon. Tegn omridset og byt tegning med en anden, der fylder figuren ud med de rigtige trekanter, mens du gør det samme med hans. Her så vi allerede en tydelig forståelse af begreberne, idet ingen var i tvivl om at den sidste af disse figurer var en femkant.



(Ω I praktikken valgte vi her at have nogle stramme figurer og så arbejde frit og flydende med dem, så at eleverne kunne arbejde i eget tempo, med egne opdagelser og algoritmer samt forsøge at hjælpe og forklare for hinanden).

Appelsinudskæring.

Skær skrællen ud i trekanter. Overvej og snak om hvordan i vil tegne dem og forsøg at gøre det. Kan vores normale flade papir bruges?

Man kunne også lægge op til noget rumgeometrisk ved at lade eleverne skære resten af appelsinen ud i rumlige figurer (i relation til punktet om kuglen). Man kan her også forestille sig, at nogle vil stille spørgsmål angående forhold mellem diameter, omkreds og areal samt vinklernes størrelser. Dette vil vi dog ikke komme nærmere ind på her.

Sømbræt og "morgenstjerne".

Her ønsker vi, at eleverne skal bruge deres erfaringer fra de to foregående øvelser i en direkte sammenligning, ved at lave trekanter konstrueret efter samme principper i de to forskellige geometrier. Det foregår stadigvæk i grupper på to, hvor samtalen om de ens figurers forskelle er central.

Ω Det matematiske formål her er at undersøge trekantens funktion som byggesten for andre polygoner samt dens kendetegn i henholdsvis euklidisk og sfærisk geometri. Her kunne det også være nærliggende at komme ind på trekantens vinkelsum både i sfærisk og euklidisk geometri.

Ekstra-sjov: Det kinesiske Puslespil.

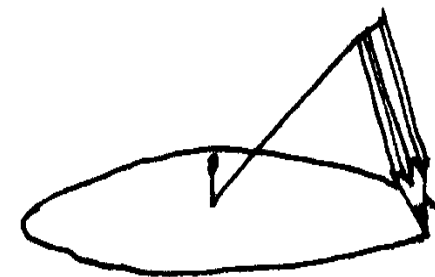
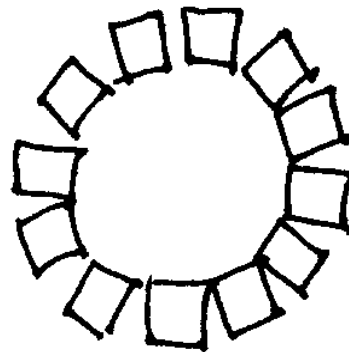
•Cirklen - hvad gælder der for sådan en?

- Snak i hele klassen om hvad en cirkel er og om hvordan man laver en.
- Forskellige materialer (cuissenaireklodser, snor, kridt, passer...) lægges frem så eleverne to og to kan nå frem til, hvordan man kan konstruere en "ren, lige cirkel".
- Grupperne forsøger at udarbejde regler for en cirkels konstruktion:
 - Opbygningen af punkter i samme indbyrdes forhold/tangenter.
 - Centrum - radius - omkreds.

- Afsluttende opsamling på klassen, hvor man bl.a. kunne snakke om, hvad forskellen på og grænsen mellem en ensartet, mangesidet polygon og en cirkel er. Desuden kunne der drages sammenligninger med andre figurer (kvadrat, kugle, trekant....måske vil de huske appelsinens opbygning af de otte sfæriske trekanter).

Ω Matematisk set oplever eleverne selv her at udvikle/eksperimentere sig frem til de grundlæggende regler ved cirklen; arbejdsprocessen kan de gøre brug af senere i forløbet, mens cirklen som matematisk begreb er essentiel for hele forståelsen af den sfæriske geometri.

Ekstra-sjov: Geometrilotteri.

**Rumgeometri :**

I vores praktikforløb ville vi gerne være kommet ind på rumgeometri sideløbende med plangeometrien, men det kunne vi ikke nå.

• Introduktion: Et rumgeometrisk spil.¹

Vi vil introducere rumgeometrien v.hj.a. metoder og begreber, som eleverne kender i forvejen, så som at tælle, addere og subtrahere. Disse operationer bliver her også trænet, foruden koordineringen af dem, der netop er det svære ved de tre dimensioner. Eleverne skulle gerne ende med at kunne overskue det hele - på én gang.

I og med det er et spil, er der også indlagt et konkurrencemoment, der her skal fungere som motivation ud over de diskussioner, de enkelte hold vil få.

Formålet med spillet er, at eleverne i deres to-mandsgrupper ud fra nogle simple, klare regler får udviklet algoritmer og metoder til at overskue spillet.

Undervisningsdifferentiering vil være muligt v.hj.a. de forskellige udbygninger, vi senere vil forslå.

Materialer: 1 spilleplade 8×8 felter med tal fra 1 til 6. Kan produceres af eleverne.

Farvekridt - en farve til hvert hold.

3 tre-sidede terninger - dvs. terninger med tallene 1, 2 og 3 hver to gange.

18 LEGO-klodser

Antal: To eller tre tomandshold (ikke flere, da ventetiden bliver for lang).

¹ Udviklingen af dette spil påbegyndtes af Christine Rønsov, Allan Bungaard, Rikke Fogh Rasmussen, Henrik Aaftoft og Lotte Engholm-Hansen i september '95 i forbindelse med en opgave i matematik-undervisningen. Vi har så valgt at arbejde mere med det her.

Formålet: Formålet er at erobre så mange points fra spillepladen som muligt.

Terninger: De tre terninger angiver, hvor langt man må flytte i hver retning. Man kan selv bestemme, hvilken terning der bruges til hvad, bare der er én, der går op/ned, én der går frem/tilbage, og én der går til siden (Man kan evt. for overskuelighedens skyld ved siden af spillepladen tegne tre felter, hvorpå man kan lægge de tre terninger for at hitte rede i hvilken terning der er brugt på hvad.).

Spillet: Som start anbringer hvert hold én klods vilkårligt på spillepladen og der slås om hvem der starter. Første hold slår og flytter sin klods i de tre retninger op/ned, frem/tilbage og højre/venstre. Hvis det felt, man ender på, har et tal, der svarer til antallet af klodser i brikken, er feltet erobret og farvelægges med holdets farve. (I første runde vil op-tallet være en højere end det slæde).

1	3	:	:	:	:	:	:	:	:
2	4	:	2	:	:	:	:	:	:
3	5	:	3	:	:	:	:	:	:
4	:	:	:	:	:	:	:	:	:
5	:	3	:	:	:	:	:	:	:
6	:	4	:	:	:	:	:	:	:
1	:	:	1	:	:	:	:	:	:
2	:	:	:	:	:	:	:	:	:

OP/NED

FREM/TILBAGE

HØJRE/VENSTRE

Spillet slutter, når alle felter på pladen er erobret (eller når æggeuret ringer), hvorefter pointene tælles sammen. Det hold med flest point skal have en is af de andre.

Udbygning/

justeringer: - "Bander", som sender brikken tilbage i samme retning, hvorfra den kom.

- Man kan udvide spillepladen i alle andre retninger .
- "Negativklodser", dvs. man kan erobre punkter "under" brættet. (farver kan indicere fortegn: Rød = negativ, gul = positiv). Og der kan ligeledes arbejdes med hhv. positive tal og negative tal på hver terning således at retningen (op/ned, højre/venstre, frem/tilbage) er givet; idé fra Steen Grode

- Man kunne lave spillet som et teoretisk, abstrakt koordinat spil, hvor de eneste rekvisitter er terninger samt papir og blyant til at nedskrive sine x-, y- og z-koordinater.

- Man kan lave regler om, at alle kan bruge alle brikker, at punkter kan erobres igen.....

- Endelig kan spillet laves mindre abstrakt og mere praktisk, således at det gitternet man i vores spil laver i sit hoved bruges i virkeligheden. Evt. i en større målestok som et klatrestativ.

Udbytte: Matematisk vil der være meget at tage fat på sammen med dette spil. På en sjov og ubemærket måde indføres eleverne i rumgeometrien. Det kobler og kombinerer nogle af alle de enkelte færdigheder, så man ser dem i en større sammenhæng. Man kan også behandle spillets "resultater" ved at lave "smarte og hensigtsmæssige" grafer, der fortæller om brikkens vandring i de tre dimensioner. Man kunne lave systemer til nemt at overskue, hvor de tre terninger kan føre brikken hen. Sandsynlighedsregning kunne også inddrages.....og meget, meget mere
Spillet vil endvidere tvinge eleverne til at samarbejde og gøre sig forståelige over for hinanden.

• **Simple former:**

- Kort lysbilledshow af simple former fra arkitekturen. Fx. pyramider fra Ægypten, Utzons operahus i Sydney, Sprechelsen triumfbue, Tycho Brahe Planetariet, Globen i Stockholm, en ordinær, kubisk idrætshal m.fl...Snak om dem!

- Lav kuben, kuglen, tetraederet, cylinderen, ..evt. flere. Materialet vil være modellervoks.

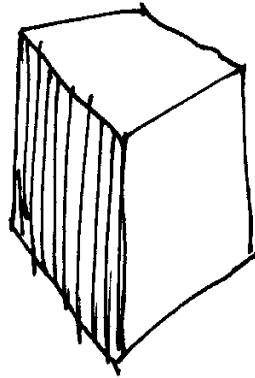
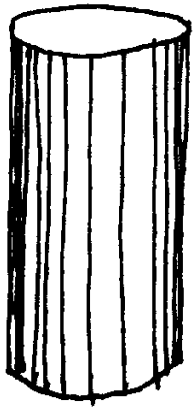
- Tegn dem.

- Snak om dem to og to. Eksperimenteren og transformation. Rør og pil ved dem, skær dem ud og find nye former, undersøg ligheder og forskelle, find ud af sammenhænge og opbygningsligheder mellem de forskellige figurer osv..

- Snak på klassen, bl.a. 1.,2. og 3. dimension - er der flere?

Ω Formålet her er at få fornemmelse af de forskellige figurers rummelighed; hvor meget de fylder, deres opbygning og hvordan de forholder sig til hinandene.

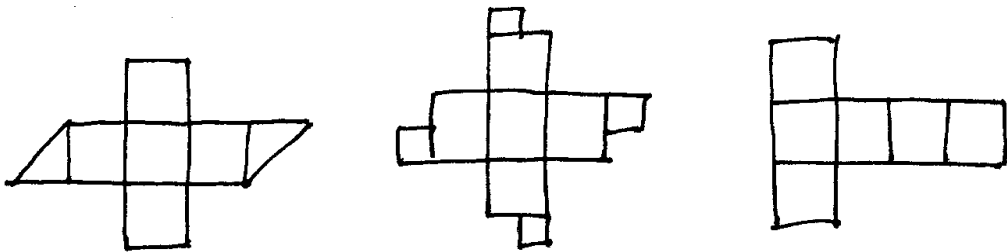
Vi lægger her op til at det hele legeme dannes og derefter opsplittes i mindre dele. Med opbygningen af de rummelige legemer kan det være sjovt at gå den modsatte vej, fx. v.h.j.a. "pølsemetoden" dvs. linier.



• **Fra plan til rum: Udfoldning**

- Vi starter med en opgave: Tegn noget, sådan at det, når man klipper det ud, kan foldes og blive til en kube.
- (Derefter kunne man lave tilsvarende opgaver med tetraæderet og pyramiden. (Og hvad med en cylinder og en kugle??)).
- Snak om hvor mange måder man kunne gøre det på, og dette kunne lede hen til en snak om flytninger (drejninger, spejlinger, parallelforskydninger)

Ω Vi vælger her at gå den modsatte vej af matematikbøgerne, der har tegnet en udfoldning, som eleverne så skal samle til en kube. Her lægges op til eksperimenterende og abstrakt problemløsning, hvor eleverne kan arbejde med egne algoritmer på alle niveauer.
Eleverne opdager at kubens hylster er lavet af seks kvadrater, fem kvadrater og nogle løse ender eller noget helt tredje.



Ligeså med de andre legemer. Udover det kommer vi ind på flytninger og kongruens.

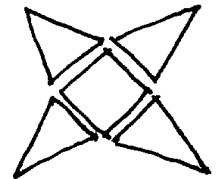
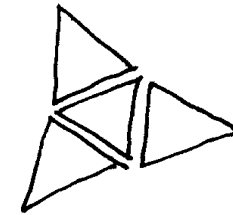
• **Fra rum til plan - og til rum igen: Arbejdstegninger.**

- Der udleveres forskellige simple figurer lavet på forhånd.

Opgaven lyder: Lav tegninger af din figur, således at en anden person er i stand til at bygge den nøjagtig magen til. (Fx. fra siden, fra oven, fra bunden, med skillelinier mellem byggelementerne osv. osv.).

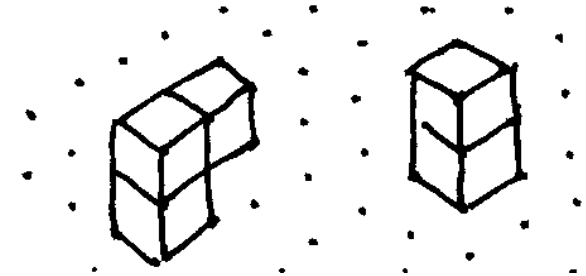
- Arbejdstegningerne byttes indbyrdes mellem eleverne, og der bygges efter tegningerne.
- Klassensnak: Hvad virker? Hvad virker ikke? Kan vi nå frem til en smart metode til at skildre alle figurerne så andre forstår, hvad vi mener?
- Hver elev laver en figur af centicubes eller LEGO-klodser. Der laves arbejdstegninger af figuren efter "fællesvedtægterne", og der byttes med en anden elevs figur og tegninger. Man kan også forsøge at lave arbejdstegninger af de simple figurer fra tidligere.

Ω Her skal eleverne lære noget om hvordan man formidler sine idéer videre så andre kan udføre dem i praksis - altså geometri som kommunikationsmiddel.



• **Aksonometriske tegninger: Isometri.**

- Der forelægges centicube-figurer tegnet på isometrisk papir. Disse figurer bygges.
- Derefter skal eleverne bygge nye figurer og tegne dem på isometrisk papir - altså den omvendte proces. Som hjælpende mellemlid kan man på ternet papir tegne en plantegning.
- Prøv at tegne noget isometrisk uden det særlige papir fx. LEGO-figurerne fra før.
- Snak om isometritegningen, hvor vi kan komme ind på målfasthed, evt. sammenligning med perspektivtegning, hvis de kender til det fra andre sammenhænge.



Ω Isometri er en oprejst plan, der giver et rumligt indtryk af en ting. Eleverne skal desuden blive klar over at isometritegningen kan vise de rigtige mål men ikke de rigtige vinkler, og at den heller ikke viser figuren, som man ser den “med øjnene”(perspektivisk). Evt. kan man komme ind på andre aksonometriske afbildningsformer og hvilke højder og vinkler der bedst illustrerer ens ting.

Ekstra-sjov: Piet Heins Somaterning.

• Kuglen - med henblik på senere perspektivtegning.

- Snak om kugler. Hvor findes der kugler? Evt. en film fra Planetariet om Jorden/rummet (kan ske i samarbejde med geografi/fysik).
- Ud og se på horisonter: Havets horisontlinie, store vidder, hvor veje ender i forsvindingspunkter mm....
- Vi sammenholder hele tiden vores opdagelser med badeboldsglobusser, hvor den store forkromede sammenhæng gerne v.h.j.a. snak om emnet erkendes. Her eksperimenteres bl.a. med sammenhængen mellem øjenhøjde og horisont.
- Hele tiden tages fotografier og laves små skitser af hvad der opdages.

Ω Dette forløbs formål er at lade eleverne opdage Jordens krumning og vores visuelle opfattelse af den. Forhåbentlig vil man berøre både horisontalt og vertikalt perspektiv. Dette sker naturligvis på senere indføring i perspektivtegning.

• Indføring af parallelitetsbegrebet.

- Vi tager nu sømbræt og “morgenstjernen frem igen.
- Lav to linier der aldrig nogensinde kommer til at krydse hinanden på sømbræt. Det kalder vi “parallelle linier” .Diskuter, snak og opstil regler for parallelitet.
 - Kan I lave to parallelle linier der krydser hinanden to steder på sømbrættet?
- Nu tager vi “morgenstjernen” frem. Hvordan virker reglerne her?
- Ny snak om hvad parallelitet er her.

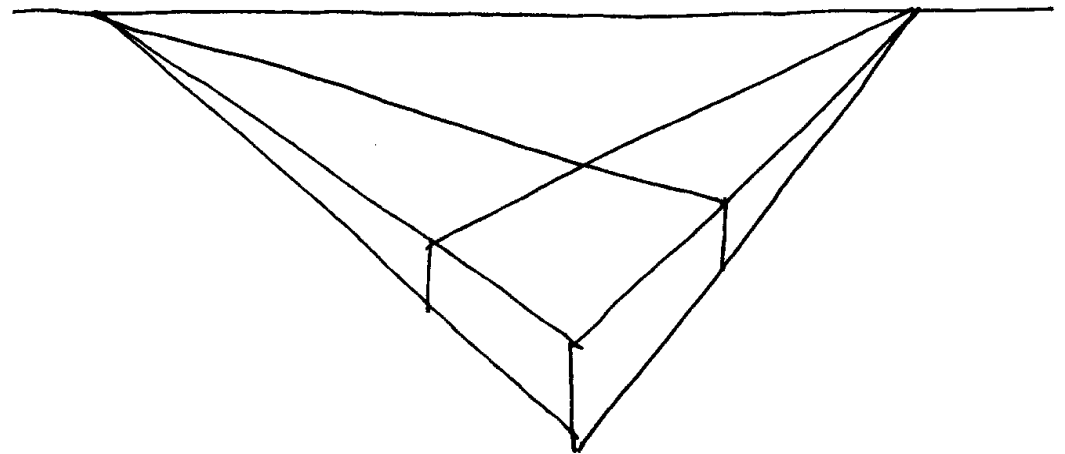
Ω Matematiske overvejelser: Hvordan linier opfører sig i forskellige geometrier/topologier/flader/tegninger. Dette giver anledning til snak om hvad en ret linie er og kan siden hen lede hen mod afbildninger som isometri- og perspektivtegning (og måske andre vi endnu ikke kender til med vores beskedne viden.)

Vi har gjort os mange overvejelser om hvordan vi kan få belyst alle parallelitetsaksiomer i sfærisk og euklidisk geometri. Det handler om at de selv får opstillet aksiomerne v.h.j.a. egne algoritmer Vi sætter dem i gang og støtter dem i deres udforskning v.h.j.a. dialogen.

• Perspektivtegning.

- Der snakkes i klassen om, hvad horisontlinien er, hvorfor den er i øjenhøjde, hvad forsvindingspunkter er, og vi forsøger at få en helhedsopfattelse på plads (vi vil her gå lettere hen over metoderne til at finde forsvindingspunkterne). Model af jordkloden sammenholdes med tegninger.
- Vi tegner først simple kasser perspektivisk og bygger og tegner siden hen videre med mere komplicerede sammensætninger fx. lavet af centicubes.
- Derpå er der lagt op til en diskussion om hele vores visuelle opfattelse og de dermed vedtagne regler for afbildning. Her kan man komme ind på andre kulturers måder at afbildede rumligt på (kinesisk, ægyptisk....)
- Her vil det være oplagt at lave det som et parallelforløb sammen med billedkunst.

Ω På dette punkt introducerer vi perspektivtegningen som endnu en måde at afbildede på med henblik på det videre projektarbejde. Eleverne skal blive bevidste om afbildningsformens fordele og ulemper og dens forskelle fra isometri- og arbejdstegninger. Det kan med rette diskuteres, hvorvidt man bør gå dybere ind i de geometriske konstruktionsprincipper, men her vil der jo så være store muligheder for undervisningsdifferentiering.



Projektarbejde: Et hus, du gerne vil bo i.

For at bruge alt det de har lært samt lære nogle nye ting og sætte det i relation til noget virkeligt, laver vi nu et projekt, hvor både proces og produkt bliver prioriteret. Vi har her skitseret nogle ting, vi vil inddrage, men projektet rummer rige muligheder for at lade børnene selv skabe projektet og gøre deres indflydelse gældende. Måske ville nogen gøre noget ud af interiør, kloakering, beliggenhed af huset eller bygge noget helt andet end en hus. Men her er vores skitse. Her vil målestoksforhold i øvrigt være nærmest uundgåeligt at komme ind på.

Vi forestiller dette projekt foregå i en tværfaglig sammenhæng, hvor det normale skema droppes for en periode. Det vil give eleverne mulighed til at fordybe sig samtidig med at de ser matematikken i en større og mere virkelighedsnær sammenhæng.

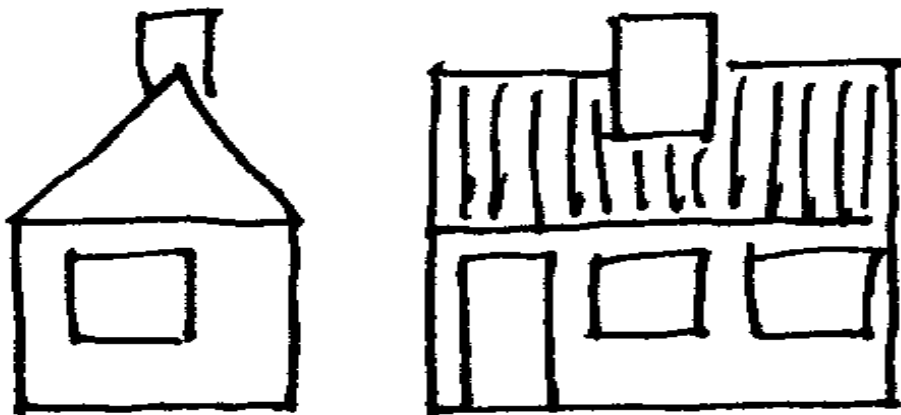
• Værksted:

- Byg en model to og to af et hus, I gerne vil bo i. (I denne forbindelse kunne man have inddraget målestoksforhold i undervisningen inden). Under processen kan man lave lidt frihåndsskitser for hinanden for at anskueliggøre, i hvilken retning man vil.

Rekvisitter: Alt tilrådighedsstående materiale: Pap, karton, træ, ståltråd,ALT + et plenumhjørne, hvor de der har lidt svært ved at få fantasien i gang kan snakke med hinanden og læreren og blive inspireret.

- Snak om hvad en model kan.

• Arbejdstegninger

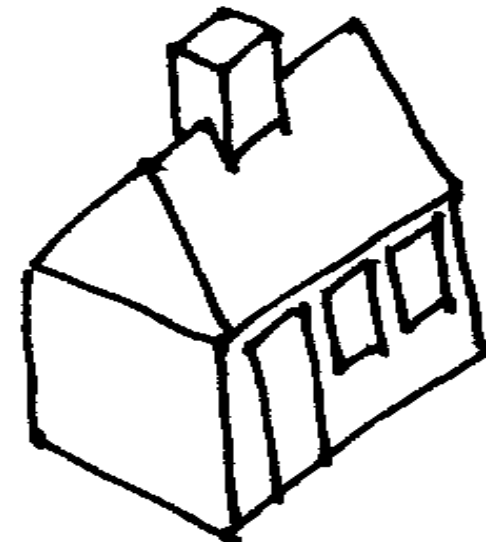


- Lav arbejdstegninger ud fra det I har lært tidligere.

- Snak om, hvor hvad en tegning kan, og hvor den har sin begrænsning. Her vil vi også vise hvordan en arkitekt/ingeniør laver arbejdstegninger/opstalter/snit.

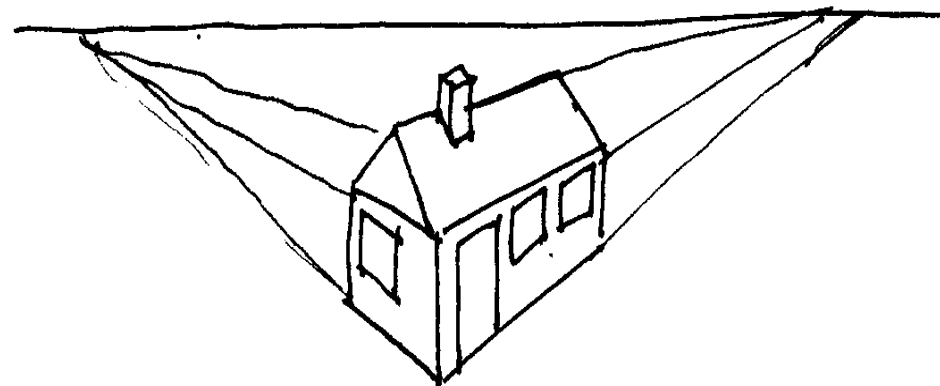
• Isometrisk tegning

- Analogt til arbejdstegningsafsnittet.



• Perspektivtegning

- Konstruér en tegning med de perspektivtegningsprincipper I har lært (disse kan være



forskellige). Gør det flot med flagstang, træer og hele molevitten (dvs. staffage). Denne tegning skal sælge huset!

• Arkitekttegnestue-/byggepladsbesøg

Vi besøger en tegnestue, Arkitekturcenteret Gl. Dok, en byggeplads eller et andet sted der kunne have relevans til projektet som appetitvækker inden Den store Fremlæggelse. Dette punkt kunne også placeres på et andet tidspunkt.

• Fremlæggelse .

- Hver gruppe planlægger, hvordan de vil formidle deres produkt til andre med opsætning af tegninger, musik, farver, hvilke ord de vil bruge til at redegøre for deres idéer omkring huset skriftligt og mundtligt - man kan gøre som man vil, bare produktet bliver "solgt".
- Til sidst fremføres produktet for de andre i klassen evt. for flere eller som en udstilling.

• Evaluering.

- Eleverne evaluerer projektførelsen både produktet, arbejdsformen, hinanden og hvad de har lært.
- Her vil vi komme ind på hvilke forskellige egenskaber de forskellige tegnemetoder udtrykker, undertrykker og fremhæver.

Ω Overvejelser omkring hele projektarbejdet.

I den første fase har vi undladt at fokusere for meget på deres matematiske bevidsthed omkring konstruktionen af deres modeller for at få en mangfoldighed i husenes/modeller-nes arkitektoniske udtryk.

I arbejdstegningsfasen lægger vi vægt på, at tegningerne på en praktisk måde skal kunne fortælle andre, hvad man vil have frem. Der er også en masse konkret geometri man kan tage op og snakke om fx. taghældning/vinkler, kupler/halvbuer....

Ved isometritegningen ønsker vi at vise en afbildningsform med sande mål uden perspektivtegningens manipulerende egenskaber. En god måde for elever der har svært ved at overskue perspektivtegningen til at anskueliggøre husets rumlighed.

I perspektivtegningen oplever eleverne matematisk at konstruere et billede der er mere naturtro, organisk, livagtigt og ikke mindst æstetisk.

Afsluttende kommentarer til undervisningsforløb:

De forskellige punkters rækkefølge er placeret sådan som vi umiddelbart ville synes det hensigtsmæssigt. Dette kan selvfølgelig ændres alt efter hvad man når omkring i matematikundervisningen og andre fagmæssige sammenhænge og alt efter elevernes ønsker og interesser (jvf. vores betragtninger om projektarbejdsformen og elevindflydelse).

I visse valg af rekvisitter skal der tages hensyn til elevernes motoriske kunnen (Kan man måske bruge skalpel i 1.klasse?).

Angående længden af de enkelte punkter har vi ganske enkelt ikke følt os kompetente til at vurdere, hvor mange lektioner de forskellige ting vil strække sig over.

Tilslut vil vi tilføje, at det altid er vanskeligt at lave et hvilken som helst undervisningsforløb, da der er et paradoks i at tage udgangspunkt i barnet samtidig med at en sådan opgave som denne kræver nøje planlægning. Derfor vil der også mellem alle vores punkter befinde sig en masse ud over det, vi er kommet ind på i løbet af opgaven - nemlig alt det som bliver ændret med børnenes hjælp. Egentlig burde man komme ud og se, hvordan vi vil håndtere en sådan situation i praksis, og hvordan vi vil arbejde videre ud fra børnenes idéer og erfaringer.

Generelle afsluttende betragtninger:

- Vi har valgt i vores planlægning at nedprioritere nogle områder som fx. målestoksforhold, naturens geometri, udregning af arealer og rumfang, geometri i koordinatsystem, vinkler o.m.a.. Til det kan siges, at vi måske alligevel ville komme ind på nogle af emnerne, hvis vi formår at være de gode lærere, som vi har beskrevet i starten. For hvis en elev pludseligt begynder at stille forskellige spørgsmål fx. omkring hustagets hældning ville det være en anledning til at få noget om vinkler ind i billedet osv. osv..
- Og ellers kommer tingene ind i et andet projekt....

- Det har været svært at begrænse sig inden for områdets mangfoldighed, og således giver dette speciale anledning til at overveje mange muligheder for undervisning i geometri på det afsluttende trin i folkeskolen. Man kunne både arbejde videre med ting fra vores undervisningsforløb eller gå i helt nye retninger. Idéer til dette kunne være: Inddragelse af koordinatsystem både to- og tredimensionelt, hyperbolsk og fraktal geometri, "udvidet" gammel, græsk geometri, design og kunst i en dybere sammenhæng, "geometri som kommunikationsmiddel i et demokratisk samfund" o.m.a..

- Vi mener vi har fået skruet en brugbar skitse til et undervisningsprogram sammen, der tilgodeser vores mål og overvejelser. Dog kan det siges, at vores generelle manglende erfaring med og kendskab til de praktiske problemer, man møder i undervisnings-situationer, gør, at ikke alt ville forekomme, som vi havde forestillet os. Men som vi påpeger, man hverken skal eller kan foregribe alt, selv ikke som hærdet, rutineret lærer.

Litteraturliste:**Artikler:**

- Kirsten Baltzer: Matematik med folkeskoleprofil
Kognition & pædagogik 3/95
- David Fielker: At lade undervisningen udvikle sig på børnenes præmisser
Kognition & pædagogik 3/95
- Michael Atiyah: Hva er geometri?
NORMAT 1983
- Hans-Joachim Vollrath: Forskellige opfattelser af geometrien og deres forhold til matematikundervisningen.
NORMAT 1/85

Bøger:

- Undervisningsministeriets faghæfte for matematik 1995
- Bent Dyrby m.fl.: Matematik 2000 - Aktivitetshæfter for geometri for 3., 4./5. og 6./7.klasse + lærervejledningen. Gad og grafisk 1995
- Marit Johnsen Høynes: Begynneropplæring. Caspar.
- Jonas og Else Lichtenberg: Og én i mente. KVAN.
- Vagn Lundsgaard Hansen: Den geometriske dimension. NNF.
- Ivars Peterson: Kaos, fraktaler og sæbebobler. Borgen.
- Margaret Donaldson: Hvordan børn tænker. Socialpædagogisk Bibliotek.
- Hans Fich: Geometri uden tal. Gyldendal.
- Red. Gert Fosgerau m.fl.: Midt i matematikken. KVAN.
- Kresten Bjerg: Ind og ud af personlighedspsykologiske teorier (MS Word-udgave ved Steen Grode)

....og så til sidst en tak til vores vejleder Steen Grode og Peder Trane Pedersen, Ny Hollænderskolen for hjælp og inspiration.